



TESIS - SM 142501

PENGGUNAAN ALJABAR MAX PLUS DAN PETRI NET PADA PENJADWALAN PEMESANAN SUKU CADANG KOMPONEN MESIN KAPAL

**FARAH AZIZAH
NRP 1214201029**

**DOSEN PEMBIMBING
Dr. Subiono, M.S.**

**PROGRAM MAGISTER
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017**



TESIS - SM 142501

PENGGUNAAN ALJABAR MAX PLUS DAN PETRI NET PADA PENJADWALAN PEMESANAN SUKU CADANG KOMPONEN MESIN KAPAL

FARAH AZIZAH
NRP 1214201029

DOSEN PEMBIMBING
Dr. Subiono, M.S.

PROGRAM MAGISTER
JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
SURABAYA
2017

(Halaman ini sengaja dikosongkan)



THESIS - SM 142501

MAX PLUS ALGEBRA AND PETRI NET APPLICATION ON SCHEDULING OF SHIP ENGINE COMPONENT'S SPARE PART ORDERING

FARAH AZIZAH
NRP 1214201029

SUPERVISOR
Dr. Subiono, M.S.

MASTER'S DEGREE
MATHEMATICS DEPARTMENT
FACULTY OF MATHEMATICS AND NATURAL SCIENCES
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY
SURABAYA
2017

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

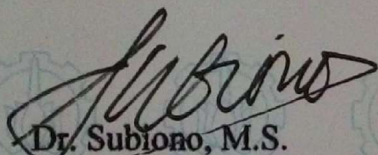
**PENGUNAAN ALJABAR MAX PLUS DAN PETRI NET PADA
PENJADWALAN PEMESANAN SUKU CADANG KOMPONEN MESIN
KAPAL**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar
Magister Sains (M.Si.) di
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:
FARAH AZIZAH
NRP. 1214 201 029

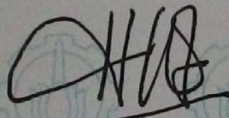
Tanggal Ujian : 3 Januari 2017
Periode Wisuda : Maret 2017

Disetujui oleh:



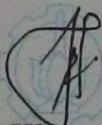
Dr. Subiono, M.S.
NIP. 19570411 198403 1 001

(Pembimbing)



Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
NIP. 19830517 200812 1 003

(Penguji)



Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si
NIP. 19730930 199702 1 001

(Penguji)

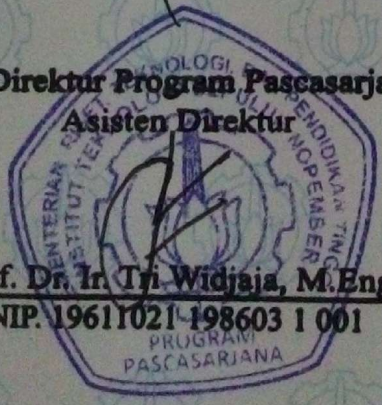


Dr. Darmaji, S.Si, M.T.
NIP. 19691015 199412 1 001

(Penguji)

an. Direktur Program Pascasarjana
Asisten Direktur

Direktur Program Pascasarjana,



Prof. Dr. Ir. Tri Widjaja, M.Eng.
NIP. 19611021 198603 1 001

Prof. Ir. Djauhar Manfaat, M.Sc, Ph.D
NIP. 19601202 198701 1 001

PENGUNAAN ALJABAR MAX PLUS DAN PETRI NET PADA PENJADWALAN PEMESANAN SUKU CADANG KOMPONEN MESIN KAPAL

Nama Mahasiswa : Farah Azizah
NRP : 1214 201 029
Pembimbing : Dr. Subiono, M.S.

ABSTRAK

Perusahaan pelayaran merupakan suatu badan usaha yang menjalankan perusahaan dengan cara mengoperasikan kapal atau usaha lain yang erat hubungannya dengan kapal. Kapal memiliki mesin penggerak utama dan mesin bantu untuk mendukung kinerja kapal. Perlu dilakukan perawatan pada mesin agar kapal dapat beroperasi dengan baik. Perawatan mesin ini berupa penggantian komponen mesin yang lama dengan yang baru jika *running hours* komponen tersebut telah berakhir. Oleh karena itu, di dalam kapal harus selalu tersedia minimal satu suku cadang untuk setiap komponen mesin. Selama ini pihak perusahaan mengalami kesulitan dalam menentukan waktu pemesanan suku cadang. Ketika *running hours* komponen mesin berakhir, seringkali suku cadang belum tersedia. Pada penelitian ini diteliti bagaimana membangun Petri Net dan model Aljabar Max Plus untuk penjadwalan pembelian suku cadang mesin kapal berdasarkan alur pemesanan suku cadang serta *running hours* komponen mesin. Dari Petri Net tersebut dihasilkan model Aljabar Max Plus yang menunjukkan waktu maksimum pemesanan suku cadang komponen mesin kapal sehingga diperoleh penjadwalan berupa *running hours* setiap komponen saat dimulainya pemesanan suku cadang dan tanggal pemesanan dari suku cadang komponen mesin kapal tersebut. Dengan demikian, pemasangan suku cadang untuk komponen mesin kapal selalu tepat waktu atau tidak mengalami keterlambatan.

Kata Kunci: Penjadwalan Pemesanan, Suku Cadang, *Running Hours*, Aljabar Max Plus, Petri Net.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

MAX PLUS ALGEBRA AND PETRI NET APPLICATION ON SCHEDULING OF SHIP ENGINE COMPONENT'S SPARE PART ORDERING

By : Farah Azizah
Student Identity Number : 1214 201 029
Supervisor : Dr. Subiono, M.S.

ABSTRACT

Shipping company is a company that runs its business by operating the ships or other businesses that are closely related to the ship. A ship has a main engine and some auxiliary engines to support the ship performance. It needs to do maintenance of engines so that the ship can operate properly. This engine maintenance is replacement of the old engine components with the new ones if the running hours of the components are over. Therefore, in the ship must always be available at least one spare part of each engine component. During this time, the company has experienced a difficulty in determining the time of spare part ordering. When the running hours of engine components are over, the spare parts were not yet available. Then, Petri Net and Algebra Max Plus model will be built to schedule the ordering of ship engine component's spare part based on the ordering flow and the running hours of engine components. The Petri Net based on the Max Plus Algebra obtains maximum time to order the spare part so that produce the ship engine component's spare part ordering schedule in running hours form and date. Therefore, spare part of each ship engine component is always available so that the installation can be timely and never be late.

Keywords: Ordering Scheduling, Spare Part, Running Hours, Max Plus Algebra, Petri Net.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

KATA PENGANTAR

Puji syukur kehadiran kepada Allah SWT atas limpahan rahmat, taufik, hidayah, serta inayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis dengan judul **“PENGUNAAN ALJABAR MAX PLUS DAN PETRI NET PADA PENJADWALAN PEMESANAN SUKU CADANG KOMPONEN MESIN KAPAL”** ini. Sholawat salam senantiasa tercurahkan kepada Baginda Rosulullah SAW.

Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu persyaratan memperoleh gelar Magister Sains (M.Si) di Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya. Penulis menyadari bahwa terselesaikannya tesis ini tidak lepas dari bantuan yang sangat berarti dari banyak pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tak terhingga kepada:

1. Bapak Dr. Subiono, M.S. selaku dosen pembimbing yang dengan sabar dan penuh pengertian serta senantiasa meluangkan waktu, tenaga, dan pikiran untuk membimbing, memotivasi dan memberikan saran-saran yang sangat berharga kepada penulis selama penyusunan tesis ini.
2. Bapak Dr. Imam Mukhlash, M.T. selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA ITS.
3. Bapak Dr. Mahmud Yunus, M.Si. selaku Ketua Program Studi Pascasarjana Matematika FMIPA ITS.
4. Ibu Endah R. M. Putri, M.T., Ph.D. selaku dosen wali dari penulis yang telah memotivasi dan memberikan saran-saran yang sangat bermanfaat.
5. Bapak Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si., Bapak Dr. Darmaji, S.Si., M.T., dan Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si. selaku dosen penguji atas saran dan arahan kepada penulis untuk penyusunan tesis ini.
6. Seluruh dosen pascasarjana jurusan matematika ITS yang telah memberikan ilmu yang sangat berharga serta staf kependidikan jurusan matematika yang telah banyak membantu penulis.

Penulis menyadari bahwa di dalam tesis ini masih terdapat banyak kekurangan yang disebabkan oleh keterbatasan pengetahuan dan pengalaman penulis. Oleh karena itu, penulis mengharapkan kritik dan saran yang membangun dari para pembaca demi kesempurnaan tesis ini.

Akhir kata, semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi semua pihak, Aamiin.

Surabaya, Januari 2017

Penulis

TERIMA KASIH SPESIAL

1. Suamiku, Rizka Akbar yang selalu mendukung, memotivasi, mendoakan, serta membantu meringankan pekerjaan istrinya selama penyusunan tesis ini.
2. Mama, Abah, Papa, dan Mbahku yang tidak henti-hentinya mendoakan dan memotivasi putrinya selama penyusunan tesis ini.
3. Anakku, Ilham Rasyid Akbar yang selalu menjadi penyemangat untuk segera menyelesaikan tesis ini.
4. Teman-teman Pra S2 Matematika ITS 2013, yaitu Desi Indriyani, Hermei Lissa, Cynthia Alvionita Ferima, Shinta Tri Kismanti, Alfia Nur Ulfah, Suci Rahmawati, Kiki Mustaqim, Deny Murdianto, Imam Fauzi, dan Hermansyah yang selalu mendukung, memotivasi, serta menceriakan hari-hari selama menempuh kuliah di Pascasarjana Matematika ITS.
5. Teman-teman Pascasarjana Matematika ITS 2014 yang selalu memotivasi, mendukung, serta membantu selama perkuliahan dan penyusunan tesis.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT.....	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xix
DAFTAR TABEL	xxi
DAFTAR SIMBOL	xxiii
DAFTAR ISTILAH	xxv
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	4
1.5 Manfaat Penelitian	4
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian-Penelitian Terkait	5
2.2 Aljabar Max Plus	6
2.2.1 Matriks dan Graf dalam Aljabar Max Plus	7
2.3 Petri Net	10
2.3.1 Tanda Petri Net dan Ruang Keadaan	11
2.3.2 Dinamika Petri Net	12
2.3.3 Petri Net Prioritas	13
2.3.4 Model Rantai Pasok	14
2.4 Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal	15

BAB 3	METODE PENELITIAN	17
3.1	Tahap Penelitian	17
BAB 4	HASIL DAN PEMBAHASAN	19
4.1	Petri Net Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal	19
4.2	Model Aljabar Max Plus dari Alur Petri Net Pemesanan Suku Cadang Dikaitkan dengan Waktu	34
4.3	Aplikasi Model Aljabar Max Plus dari Petri Net Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal	44
4.4	Petri Net Pemesanan Komponen Mesin Kapal Menggunakan Model Rantai Pasok	47
4.5	Aplikasi Model Aljabar Max Plus Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal Berdasarkan Model Petri Net Rantai Pasok	51
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	61
5.1	Kesimpulan	61
5.2	Saran	62
	DAFTAR PUSTAKA	63
	LAMPIRAN	65
LAMPIRAN 1	<i>Running hours</i> komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 1	65
LAMPIRAN 2	<i>Running hours</i> komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 2	67
LAMPIRAN 3	<i>Running hours</i> komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 3	69
LAMPIRAN 4	<i>Running hours</i> komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 4	71
LAMPIRAN 5	Konversi tanggal berakhirnya <i>running hours</i> komponen mesin kapal ke bilangan bulat	73

LAMPIRAN 6	Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 1	74
LAMPIRAN 7	Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 2	79
LAMPIRAN 8	Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 3	84
LAMPIRAN 9	Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 4	89

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Petri Net Sederhana	11
Gambar 2.2	Transisi Tidak <i>Enable</i>	12
Gambar 2.3	Transisi <i>Enable</i>	12
Gambar 2.4	Kondisi <i>Place</i> Setelah Proses <i>Fire</i>	13
Gambar 2.5	Petri Net Tanpa Prioritas dengan Dua Transisi yang Memiliki Prioritas Bernilai Sama	14
Gambar 2.6	Petri Net Prioritas dengan Dua Transisi yang Memiliki Prioritas Bernilai Berbeda	14
Gambar 2.7	Petri Net Sistem Transportasi pada Rantai Pasok Premium dengan Satu Kapal Tanker	15
Gambar 2.8	Diagram Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal...	16
Gambar 3.1	Diagram Tahap Penelitian yang Telah Dilakukan	18
Gambar 4.1	Keadaan Awal Petri Net Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal dari Permintaan Kru Kapal Hingga Tibanya Suku Cadang di Gudang	19
Gambar 4.2	Keadaan Setelah Transisi T_1 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_2 <i>Enable</i>	22
Gambar 4.3	Keadaan Setelah Transisi T_2 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_3 <i>Enable</i>	23
Gambar 4.4	Keadaan Setelah Transisi T_3 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_4 <i>Enable</i>	24
Gambar 4.5	Keadaan Setelah Transisi T_4 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_5 dan T_6 <i>Enable</i>	25
Gambar 4.6	Keadaan Setelah Transisi T_5 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_8 <i>Enable</i>	26
Gambar 4.7	Keadaan Setelah Transisi T_8 di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{10} <i>Enable</i>	26

Gambar 4.8	Keadaan Setelah Transisi T_{10} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{12} <i>Enable</i>	27
Gambar 4.9	Keadaan Setelah Transisi T_{12} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{13} <i>Enable</i>	28
Gambar 4.10	Keadaan Setelah Transisi T_{13} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{17} <i>Enable</i>	29
Gambar 4.11	Keadaan Setelah Transisi T_{17} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{18} <i>Enable</i>	30
Gambar 4.12	Keadaan Setelah Transisi T_{18} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_1 <i>Enable</i> Kembali	30
Gambar 4.13	Keadaan Setelah Transisi T_6, T_8 , dan T_{10} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{11} <i>Enable</i>	31
Gambar 4.14	Keadaan Setelah Transisi T_{11} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{14} dan T_{15} <i>Enable</i>	32
Gambar 4.15	Keadaan Setelah Transisi T_{15} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_{16} <i>Enable</i>	33
Gambar 4.16	Keadaan Setelah Transisi T_{16} di- <i>fire</i> yang Menyebabkan Transisi T_2 <i>Enable</i>	33

DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Lama <i>Running Hours</i> Operasi Kapal Setiap Bulan dalam Satuan Jam	44
Tabel 4.2	Waktu Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal Berdasarkan <i>Running Hours</i> Komponen	45
Tabel 4.3	Perbandingan Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> Beberapa Komponen Mesin Berdasarkan Penghitungan dan Kenyataan	52
Tabel 4.4	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 1	54
Tabel 4.5	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 2	55
Tabel 4.6	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 3.....	57
Tabel 4.7	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 4	59

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR SIMBOL

\mathbb{N}	: himpunan bilangan asli.
\mathbb{R}	: himpunan bilangan riil.
\mathbb{R}_ε	: gabungan Himpunan bilangan riil dan $\varepsilon = -\infty$ atau ditulis sebagai $\mathbb{R}_\varepsilon = \mathbb{R} \cup \{\varepsilon\}$
\oplus	: operasi max atau maksimum
\oplus'	: operasi min atau minimum
\otimes	: operasi + atau penjumlahan
\oslash	: operasi $-$ atau pengurangan
\mathbb{R}_{\max}	: struktur aljabar yang terdiri dari himpunan \mathbb{R}_ε dengan dua operasi biner \oplus dan \otimes
ε	: elemen netral dalam Aljabar Max Plus dengan $\varepsilon = -\infty$
e	: elemen satuan dalam Aljabar Max Plus dengan $e = 0$
π	: nilai prioritas transisi pada Petri Net
k	: kapasitas <i>place</i> pada Petri Net

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

DAFTAR ISTILAH

<i>Auxiliary engine</i>	: mesin bantu (yang menghasilkan listrik di kapal)
<i>Break down</i>	: kerusakan mendadak
<i>Interval for overhaul</i>	: jangka waktu untuk perawatan
<i>Main engine</i>	: mesin penggerak utama
<i>Maintenance</i>	: perawatan
<i>Manual book</i>	: buku panduan
<i>Purchasing division</i>	: divisi yang bertugas untuk mengatur pembelian suku cadang komponen mesin kapal
<i>Plan maintenance system</i>	: perencanaan perawatan berkala
<i>Running hours</i>	: jam kerja operasional mesin
<i>Spare part</i>	: suku cadang
<i>Supplier</i>	: perusahaan penyedia suku cadang
<i>Summary quotation</i>	: rangkuman penawaran suku cadang dari para <i>supplier</i>

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

BAB 1

PENDAHULUAN

Pada bab ini dibahas mengenai latar belakang yang mendasari pengambilan masalah pada penelitian ini. Selanjutnya dibuat beberapa rumusan masalah, batasan masalah, tujuan penelitian, dan manfaat penelitian.

1.1 Latar Belakang

Perusahaan merupakan salah satu badan usaha yang memberikan banyak kontribusi bagi kehidupan ekonomi bangsa Indonesia. Berdasarkan lapangan usahanya, perusahaan dibagi menjadi perusahaan ekstraktif, agraris, industri, perdagangan, dan jasa. Salah satu perusahaan yang bergerak di bidang jasa adalah perusahaan pelayaran. Perusahaan pelayaran merupakan suatu perusahaan yang menjalankan usahanya dengan cara mengoperasikan kapal atau usaha lain yang erat hubungannya dengan kapal. Kapal menjadi bagian yang sangat penting dalam perusahaan ini. Oleh karena itu, pihak perusahaan harus menjaga performa kapal agar kegiatan usaha berjalan dengan optimal.

Hal yang paling penting dalam menjaga kinerja kapal adalah dengan memastikan semua mesin kapal dapat berjalan dengan normal sehingga tidak menimbulkan keterlambatan dalam waktu pelayaran. Di dalam kapal terdapat dua kelompok besar mesin, yaitu mesin utama dan mesin bantu. Mesin utama (*main engine*) kapal adalah suatu mesin yang berfungsi sebagai penggerak utama kapal yang membuat kapal dapat berlayar dari satu tempat ke tempat yang lain, sedangkan mesin bantu (*auxiliary engine*) adalah mesin yang berfungsi sebagai sumber listrik untuk penerangan dan penggerak mesin-mesin pendukung seperti pompa-pompa, kompresor, dll.

Supaya mesin kapal dapat berjalan dengan normal, diperlukan sistem perawatan berkala (*Plan Maintenance System*). Dengan demikian, mesin kapal tidak mengalami rusak mendadak (*break down*). Perawatan berkala tersebut pada

umumnya disesuaikan dengan rencana perawatan berdasarkan instruksi dari buku panduan (*manual book*) yang dikeluarkan oleh pembuat mesin tersebut. Perawatan berkala ini pada umumnya berupa pengecekan hingga penggantian komponen dalam mesin berdasarkan jam kerja (*running hours*) dari komponen tersebut. Oleh karena itu, di dalam kapal harus selalu tersedia minimal satu suku cadang untuk setiap komponen mesin, agar ketika dibutuhkan dalam perawatan berkala tersebut, suku cadang tersebut langsung bisa dipakai tanpa mengganggu jadwal pelayaran kapal dengan menunggu datangnya suku cadang di kapal.

Suku cadang setiap komponen mesin kapal dipesan dari berbagai penjual (*supplier*) suku cadang. Para *supplier* tidak hanya berasal dari dalam negeri, melainkan juga dari luar negeri. Ketika *running hours* dari komponen mesin kapal akan segera berakhir, kru kapal akan mulai meminta suku cadang yang diperlukan. Selanjutnya, permintaan tersebut akan diproses oleh *purchasing division* sampai suku cadang siap dikirim ke gudang. *Purchasing division* akan menginformasikan kebutuhan suku cadang tersebut kepada beberapa *supplier* yang telah memiliki hubungan kerja dengan perusahaan. Para *supplier* tersebut akan menawarkan suku cadang yang diminta dengan harga, waktu ketersediaan, dan kualitas yang berbeda-beda. Dari beberapa penawaran tersebut, akhirnya muncul rangkuman penawaran (*summary quotation*) yang nantinya akan diajukan ke *manager* kapal untuk menentukan *supplier* mana yang akan dipilih untuk pembelian suku cadang yang dibutuhkan. Setelah adanya kesepakatan, *supplier* yang terpilih akan menyediakan suku cadang yang dibutuhkan dan mengirimkannya dalam jangka waktu tertentu ke gudang perusahaan. Dengan demikian, suku cadang telah tersedia dan siap untuk dikirim ke kapal.

Selama ini pihak perusahaan mengalami kesulitan dalam menentukan waktu pemesanan suku cadang. Ketika *running hours* komponen mesin berakhir, seringkali suku cadang belum tersedia. Akibatnya, suku cadang harus dipesan dari dalam negeri atau luar negeri dengan pengiriman menggunakan pesawat. Dengan demikian, biaya pembelian semakin meningkat. Sementara itu, perusahaan mengharapkan suku cadang selalu tersedia sebelum *running hours* komponen mesin kapal berakhir sehingga kapal dapat beroperasi dengan lebih optimal.

Selain itu, biaya pembelian suku cadang menjadi lebih terjangkau jika waktu pemesanannya tepat dan tidak terburu-buru karena dapat dikirim melalui alat transportasi darat atau laut tanpa melalui pesawat yang biaya pengirimannya lebih mahal.

Pada penelitian ini diteliti bagaimana membangun Petri Net dan model Aljabar Max Plus untuk penjadwalan pemesanan suku cadang mesin kapal berdasarkan alur pemesanan suku cadang serta *running hours* komponen mesin. Dengan demikian, diharapkan suku cadang untuk setiap komponen mesin kapal selalu tersedia sehingga pemasangannya dapat tepat waktu.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan yang akan dibahas pada penelitian ini adalah:

- a. Bagaimana membangun Petri Net untuk penjadwalan pemesanan suku cadang mesin kapal pada suatu perusahaan pelayaran agar suku cadang selalu tersedia dan pemasangannya tepat waktu.
- b. Bagaimana membangun model Aljabar Max Plus dari alur Petri Net yang telah dibuat.

1.3 Batasan Masalah

Untuk membatasi ruang lingkup penelitian, maka digunakan beberapa batasan berikut ini.

- a. Suku cadang yang diteliti adalah suku cadang dari *main engine*.
- b. Penelitian ini hanya sebatas pemesanan suku cadang oleh kru kapal sampai barang tiba di gudang
- c. Data pemesanan suku cadang komponen mesin kapal yang digunakan adalah data sejak Juni 2014 hingga Desember 2015.
- d. Penyebaran informasi tentang kebutuhan pembelian komponen mesin kapal kepada para *supplier* dibatasi hingga dua kali.

- e. Komponen mesin kapal diasumsikan tidak pernah mengalami kerusakan sebelum *running hours*-nya berakhir.

1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam penelitian ini adalah:

- a. Memperoleh alur Petri Net untuk penjadwalan pemesanan suku cadang mesin kapal pada suatu perusahaan pelayaran agar suku cadang selalu tersedia dan pemasangannya tepat waktu.
- b. Memperoleh model Aljabar Max Plus dari alur Petri Net yang telah dibuat.

1.5 Manfaat Penelitian

Dengan adanya penelitian ini diharapkan dapat memberikan solusi alternatif untuk mengatasi keterlambatan pemasangan komponen mesin kapal sehingga suku cadang komponen dapat selalu tersedia dan pemasangannya tidak mengalami keterlambatan.

BAB 2

KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

2.1 Penelitian-Penelitian Terkait

Penelitian-penelitian terkait yang pernah dilakukan sebelumnya antara lain sebagai berikut.

- a. *Rancangan dan Analisis Penjadwalan Distribusi Pasokan Bahan Bakar Minyak Menggunakan Pendekatan Petri Net dan Aljabar Max-Plus* (Sierliawati, 2014). Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh model sistem distribusi pasokan dengan menerapkan *Aljabar Max-Plus* dan *Petri Net* serta memperoleh rancangan penjadwalan sistem transportasi pada distribusi pasokan dari satu *supplier* menuju banyak *customer* sehingga semua permintaan dapat terpenuhi tepat waktu.
- b. *Penggunaan Aljabar Max Plus dan Petri Net untuk Estimasi Lamanya Sistem Pelayanan dan Kerja Karyawan Pemasangan Instalasi PDAM* (Cahyani, 2015). Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh alur *Petri Net* untuk sistem pelayanan pasang baru, perbaikan instalasi, penjadwalan lamanya kerja karyawan, dan pelayanan lapangan menggunakan delapan kelompok pekerja yang tidak *deadlocks* dan tetap *liveness* serta memperoleh model *Aljabar Max Plus* dari alur *Petri Net* yang telah dibuat.
- c. *Model Rantai Pasok Menggunakan Petri Net Dan Aljabar Max Plus Dengan Mempertimbangkan Prioritas Kapal Tanker* (Mufidah, 2015). Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh model *Petri Net* dan *Aljabar Max Plus* dari rantai pasok dengan memprioritaskan pengiriman menggunakan kapal tanker yang telah kembali dari pengiriman sebelumnya
- d. *Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api Semi-Double Track Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus* (Utomo, 2015). Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh struktur hirarkis jalur kereta api *semi-double track*, model *Petri Net* dari jalur kereta api *semi-double track*, dan model *Aljabar Max-Plus* dari model *Petri Net* jalur kereta api *semi-double track*.

2.2 Aljabar Max Plus

Pada subbab ini diberikan definisi dari Aljabar Max Plus dengan terlebih dahulu diberikan definisi mengenai semiring (Subiono, 2015).

Definisi 2.1

Suatu semiring $(S, +, \times)$ adalah suatu himpunan tak kosong S disertai dengan dua operasi biner $+$ dan \times , yang memenuhi aksioma berikut.

- i) $(S, +)$ merupakan semigrup komutatif dengan elemen netral 0 , yaitu $\forall x, y, z \in S$ memenuhi

$$\begin{aligned}x + y &= y + x \\(x + y) + z &= x + (y + z) \\x + 0 &= 0 + x = x,\end{aligned}$$

- ii) (S, \times) adalah semigrup dengan elemen satuan 1 , yaitu $\forall x, y, z \in S$ memenuhi

$$\begin{aligned}(x \times y) \times z &= x \times (y \times z) \\x \times 1 &= 1 \times x = x,\end{aligned}$$

- iii) Sifat penyerapan elemen netral 0 terhadap operasi \times , yaitu $\forall x \in S$ memenuhi $x \times 0 = 0 \times x = 0$.

- iv) Operasi \times distributif terhadap $+$, yaitu $\forall x, y, z \in S$ berlaku

$$\begin{aligned}(x + y) \times z &= (x \times z) + (y \times z), \\x \times (y + z) &= (x \times y) + (x \times z).\end{aligned}$$

Selanjutnya diberikan definisi dari Aljabar Max Plus (Subiono, 2015).

Definisi 2.2

Diberikan $R_\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} R \cup \{\varepsilon\}$ dengan R adalah himpunan semua bilangan real dan $\varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} -\infty$. Pada R_ε didefinisikan operasi berikut.

$$\forall x, y \in R_\varepsilon, x \oplus y \stackrel{\text{def}}{=} \max\{x, y\} \text{ dan } x \otimes y \stackrel{\text{def}}{=} x + y.$$

Selanjutnya ditunjukkan $(R_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ merupakan semiring dengan elemen netral ε dan elemen satuan $e = 0$, karena untuk setiap $x, y, z \in R_\varepsilon$ berlaku:

- i) $x \oplus y = \max\{x, y\} = \max\{y, x\} = y \oplus x,$
 $(x \oplus y) \oplus z = \max\{\max\{x, y\}, z\} = \max\{x, y, z\} = \max\{x, \max\{y, z\}\} = x \oplus (y \oplus z),$
 $x \oplus \varepsilon = \max\{x, -\infty\} = \max\{-\infty, x\} = \varepsilon \oplus x = x.$
- ii) $(x \otimes y) \otimes z = (x + y) + z = x + (y + z) = x \otimes (y \otimes z),$
 $x \otimes e = x + 0 = 0 + x = e \otimes x = x,$
- iii) $x \otimes \varepsilon = x + (-\infty) = -\infty = -\infty + x = \varepsilon \otimes x,$
- iv) $(x \oplus y) \otimes z = \max\{x, y\} + z = \max\{x + z, y + z\} = (x \otimes z) \oplus (y \otimes z),$
 $x \otimes (y \oplus z) = x + \max\{y, z\} = \max\{x + y, x + z\} = (x \otimes y) \oplus (x \otimes z)$

Selanjutnya penulisan semiring $(R_\varepsilon, \oplus, \otimes)$ ditulis sebagai R_{\max} agar lebih ringkas.

Definisi 2.3

Untuk $x \in R_{\max}$ dan untuk $n \in \mathbb{N}$ dengan $n \neq 0$,

$$x^{\otimes n} \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{x \otimes x \otimes \dots \otimes x}_n$$

Sedangkan untuk $n = 0$, didefinisikan $x^{\otimes n} \stackrel{\text{def}}{=} e (= 0)$. Perhatikan bahwa untuk setiap $n \in \mathbb{N}$, $x^{\otimes n}$ dalam aljabar biasa dibaca sebagai

$$x^{\otimes n} \stackrel{\text{def}}{=} \underbrace{x \otimes x \otimes \dots \otimes x}_n = n \otimes x.$$

Berdasarkan pengertian pangkat di atas, pangkat Max Plus diperkenalkan sebagai

$$x^{\otimes \alpha} = \alpha \otimes x, \quad \text{untuk } \alpha \in R.$$

2.2.1 Matriks dan Graf dalam Aljabar Max Plus

Misalkan matriks $A \in R_{\max}^{n \times n}$, suatu graf berarah dari matriks A adalah $G(A) = (N, D)$. Graf $G(A)$ mempunyai n titik, himpunan semua titik dari $G(A)$ dinyatakan oleh N . Himpunan semua arc (garis) dari graf $G(A)$ atau pasangan terurut dari beberapa titik di N dinotasikan oleh D . Suatu garis dari titik j ke titik i ada bila $a_{i,j} \neq \varepsilon$, garis ini dinotasikan oleh (j, i) , dengan demikian $(j, i) \in D$. Bobot dari

garis (j, i) adalah nilai dari $a_{i,j}$ yang dinotasikan oleh $w(j, i) = a_{i,j} \in R_{max}$. Bila $a_{i,j} = \varepsilon$, maka garis (j, i) tidak ada (Subiono, 2015). Matriks pada Aljabar Max Plus secara umum dapat dinotasikan sebagai berikut.

$$x(p+1) = A \otimes x(p)$$

dengan

$x(p+1)$: suatu keadaan pada waktu ke $(p+1)$

A : matriks $(n \times n)$

$x(p)$: suatu keadaan pada waktu ke (p)

Operasi \oplus dan \otimes pada matriks atas Aljabar Max Plus didefinisikan sebagai berikut.

$$1. (A \oplus B)_{ij} = A_{ij} \oplus B_{ij}$$

$$2. (A \otimes B)_{ij} = \oplus (A_{ik} \otimes B_{kj})$$

Operasi \oplus dan \otimes

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \otimes e \oplus b \otimes g & a \otimes f \oplus b \otimes h \\ c \otimes e \oplus d \otimes g & c \otimes f \oplus d \otimes h \end{bmatrix}$$

Dengan matriks identitas untuk Aljabar Max Plus adalah

$$\begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \\ \varepsilon & 0 \end{bmatrix}.$$

Definisi 2.4 (Subiono, 2015)

Untuk suatu matriks persegi $A \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$, matriks A^+ didefinisikan sebagai

$$A^+ \stackrel{\text{def}}{=} \bigoplus_{i=1}^{\infty} A^{\otimes i}, \text{ dengan } i = 1, 2, 3, \dots, +\infty$$

Definisi 2.5 (Subiono, 2015)

$$A_{\lambda}^* \stackrel{\text{def}}{=} E \oplus A_{\lambda}^+ = \bigoplus_{i \geq 0} A_{\lambda}^{\otimes i}$$

dengan

$$A_{\lambda}^+ \stackrel{\text{def}}{=} \bigoplus_{i=1}^{\infty} A_{\lambda}^{\otimes i} = A_{\lambda} \oplus A_{\lambda}^{\otimes 2} \oplus \dots \oplus A_{\lambda}^{\otimes n} \text{ dan}$$

$$A_\lambda \stackrel{\text{def}}{=} \lambda^{\otimes -1} \otimes A$$

Teorema 2.1 (Subiono, 2015)

Misalkan $A \in \mathbb{R}_{max}^{m \times n}$ adalah suatu matriks yang setiap kolomnya memuat setidaknya satu elemen tidak sama dengan ε dan $b \in \mathbb{R}_{max}^m$, maka

$$[x^*(A, b)]_j = \min\{b_i - a_{i,j} | i \in \underline{m} \text{ dan } a_{i,j} > \varepsilon\},$$

Bukti:

Perhatikan bahwa $A \otimes x \leq b$ adalah ekivalen dengan masing-masing berikut:

1. Untuk semua i dan j , $a_{i,j} + x_j \leq b_i$
2. Untuk semua i dan j , $x_j \leq b_i - a_{i,j}$ atau $a_{i,j} = \varepsilon$
3. Untuk semua j , $x_j \leq \min\{b_i - a_{i,j} | i \in \underline{m} \text{ dan } a_{i,j} > \varepsilon\}$

Hal ini jelas bahwa x adalah suatu penyelesaian dari $A \otimes x \leq b$ bila dan hanya bila untuk semua j , $x_j \leq \min\{b_i - a_{i,j} | i \in \underline{m} \text{ dan } a_{i,j} > \varepsilon\}$. Oleh karena itu $[x^*(A, b)]_j = \min\{b_i - a_{i,j} | i \in \underline{m} \text{ dan } a_{i,j} > \varepsilon\}$ adalah penyelesaian maksimum dari $A \otimes x \leq b$.

Lemma 2.1 (Subiono, 2015)

Bila suatu penyelesaian dari $A \otimes x \leq b$ ada, maka sub penyelesaian terbesar adalah penyelesaiannya.

Bukti:

Misalkan x' adalah suatu penyelesaian maksimum dari $A \otimes x = b$, maka x memenuhi pertaksamaan $A \otimes x \leq b$. Jadi haruslah x' adalah sub-penyelesaian terbesar. Sebagaimana diketahui sub-penyelesaian dari $x^*(A, b)$ adalah maksimum penyelesaian dari $A \otimes x \leq b$. Karena penyelesaian dari $A \otimes x = b$ ada, maka $x^*(A, b)$ adalah penyelesaiannya. Hal ini menunjukkan bahwa sub-penyelesaian terbesar adalah suatu penyelesaian.

2.3 Petri Net

Mengutip dari Subiono (2015), Petri Net dikembangkan pertama kali oleh C.A. Petri pada awal 1960-an yang merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem *event* diskrit. Pada Petri Net, *event* dapat terjadi dengan memenuhi beberapa keadaan terlebih dahulu. Informasi mengenai *event* dan keadaan, masing-masing ditandai dengan transisi dan *place*. *Place* dapat berfungsi sebagai *input* maupun *output* dari suatu transisi. *Place* merupakan *input* jika menyatakan sebagai keadaan yang harus terpenuhi agar *event* dapat terjadi. Sedangkan *place* merupakan *output* jika menyatakan keadaan yang berubah setelah terjadi *event* pada transisi. Selanjutnya diberikan definisi dari Petri Net (Subiono, 2015).

Definisi 2.6

Petri net adalah 4-tuple (P, T, A, w) dengan

P : himpunan berhingga *place*, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$

T : himpunan berhingga transisi, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$

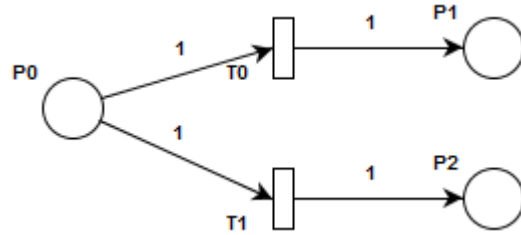
A : himpunan *arc*, $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$

w : fungsi bobot, $w \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$

Berdasarkan Definisi 2.4, himpunan *place* dan transisi tidak harus berupa himpunan berhingga melainkan dapat berupa himpunan tak hingga terhitung.

Petri Net dapat digambarkan sebagai *graph* berarah. *Node* dari *graph* berupa *place* yang diambil dari himpunan P atau transisi yang diambil dari himpunan T . Pada Petri Net *graph* diperbolehkan menggunakan beberapa *arc* untuk menghubungkan dua *node* atau ekuivalen dengan memberikan bobot ke setiap *arc* yang menyatakan jumlah *arc*. Struktur ini dikenal dengan struktur *multigraph*.

Dalam Subiono (2015) dijelaskan bahwa grafik Petri Net terdiri dari dua macam *node*, yaitu lingkaran dan garis. Lingkaran menyatakan *place* dan garis menyatakan transisi. *Arc* disimbolkan dengan panah yang menghubungkan *place* dan transisi. Berikut gambaran mengenai grafik Petri Net.



Gambar 2.1 Petri Net Sederhana

Pada Gambar 2.1 terdapat tiga *place* dan dua transisi, yaitu p_0, p_1 , dan p_2 yang dinyatakan sebagai $P = \{p_0, p_1, p_2\}$, serta t_0 dan t_1 yang dinyatakan sebagai $T = \{t_0, t_1\}$. *Arc* dinyatakan sebagai pasangan berurutan, sehingga dari Gambar 2.1 diperoleh *arc* $A = \{(p_0, t_0), (t_0, p_1), (p_0, t_1), (t_1, p_2)\}$. Sedangkan bobot *arc* diperoleh $w(p_0, t_0) = 1$, $w(t_0, p_1) = 1$, $w(p_0, t_1) = 1$, dan $w(t_1, p_2) = 1$. Selain itu, *input* dan *output* transisi direpresentasikan oleh $I(t_0) = \{p_0\}$, $O(t_0) = \{p_1\}$ dan $I(t_1) = \{p_0\}$, $O(t_1) = \{p_2\}$.

2.3.1 Tanda Petri Net dan Ruang Keadaan

Transisi pada Petri Net menyatakan *event* pada sistem *event* diskrit dan *place* merepresentasikan kondisi agar *event* terjadi. Sedangkan token yang dinotasikan dengan *dot* dan diletakkan di dalam *place* menyatakan terpenuhi tidaknya suatu kondisi. Jika jumlah token besar maka ditulis dengan angka (Subiono, 2015).

Definisi 2.7

Penanda (marking) x pada Petri net adalah fungsi $x: P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$

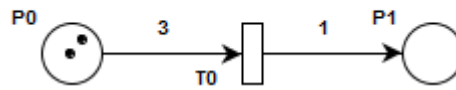
Subiono (2015) menjelaskan bahwa penanda dinyatakan dengan vektor yang berisi bilangan bulat tak negatif yang menyatakan jumlah token, yaitu $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$ dengan jumlah elemen x sama dengan jumlah *place* pada Petri net.

Definisi 2.8

Transisi $t_j \in T$ pada Petri Net bertanda *enable* jika

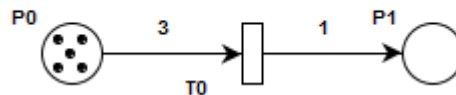
$$x(p_i) \geq w(p_i, t_j) \text{ dengan } \forall p_i \in I(t_j)$$

Berikut contoh transisi tidak *enable* dan transisi *enable* yang masing-masing diberikan oleh Gambar 2.2 dan Gambar 2.3.



Gambar 2.2 Transisi Tidak *Enable*

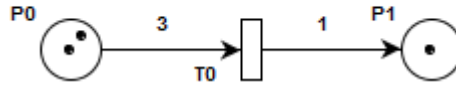
Berdasarkan Definisi 2.7 maka pada Gambar 2.2 transisi t_0 dikatakan tidak *enable* karena $x(p_i) = 2 < w(p_i, t_j) = 3$ dengan $I(t_0) = \{p_0\}$. Dengan demikian, transisi t_0 *enable* jika jumlah token pada *place* p_0 lebih dari atau sama dengan tiga. Sedangkan transisi t_0 pada Gambar 2.3 dikatakan *enable* karena memenuhi Definisi 2.7, yaitu $x(p_i) = 5 \geq w(p_i, t_j) = 3$ dengan $I(t_0) = \{p_0\}$.



Gambar 2.3 Transisi *Enable*

2.3.2 Dinamika Petri Net

Dalam Subiono (2015) dijelaskan bahwa, pada Petri Net hanya transisi *enable* yang dapat *difire* dan transisi *difire* saat *event* yang dinyatakan oleh transisi terjadi. Setelah transisi *difire* maka semua token di *place* input dikurangi sebanyak bobot *arc* yang menghubungkannya. Sedangkan token di *place* output ditambah sebanyak bobot *arc* yang menghubungkannya. Hal demikian dapat dicontohkan dengan Gambar 2.3, t_0 *enable* sehingga dapat *difire*. Keadaan di *place* p_0 dan p_1 setelah t_0 *difire* akan ditunjukkan oleh Gambar 2.4 berikut.



Gambar 2.4 Kondisi *Place* Setelah Proses *Fire*

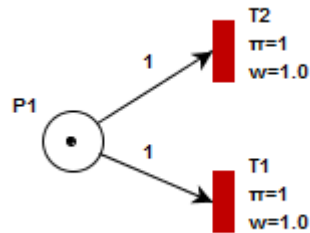
Berdasarkan Gambar 2.3 diketahui keadaan awal dan keadaan setelah dari Petri Net tersebut setelah t_0 di-*fire* masing-masing ditunjukkan oleh x_0 dan x_1 sebagai berikut.

$$x_0 = \begin{bmatrix} x(p_0) \\ x(p_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

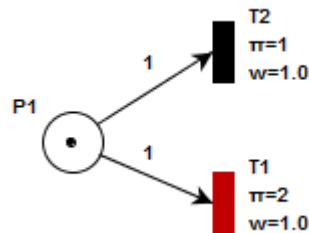
$$x_1 = \begin{bmatrix} x(p_0) \\ x(p_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

2.3.3 Petri Net Prioritas

Setiap transisi pada Petri Net memiliki suatu nilai prioritas dan dinotasikan dengan π . Dalam hal ini yang dimaksud dengan Petri Net Prioritas adalah Petri Net yang lebih memprioritaskan satu atau beberapa transisi sehingga pada kondisi tertentu dari semua transisi yang mungkin *enable*, dipilih transisi yang diprioritaskan. Keadaan ini ditunjukkan pada pada Gambar 2.5 dan 2.6. Gambar 2.5 menunjukkan bahwa transisi T_1 dan T_2 sama-sama *enable* dan memiliki nilai prioritas $\pi = 1$. Sementara itu, pada Gambar 2.6, transisi T_2 *enable*, tetapi transisi T_1 tidak *enable*. Keadaan ini dikarenakan pada Gambar 2.6 transisi T_2 memiliki nilai prioritas lebih tinggi dibanding transisi T_1 . Dengan demikian, hanya transisi T_2 yang dapat di-*fire* atau dipilih.



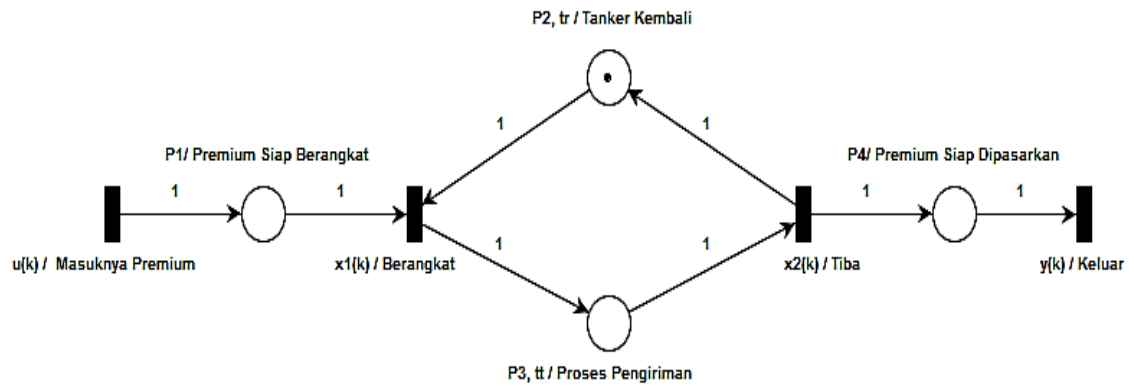
Gambar 2.5 Petri Net Tanpa Prioritas dengan Dua Transisi yang Memiliki Prioritas Bernilai Sama



Gambar 2.6 Petri Net Prioritas dengan Dua Transisi yang Memiliki Prioritas Bernilai Berbeda

2.3.4 Model Rantai Pasok

Rantai pasok atau *supply chain* merupakan suatu sistem yang berkenaan dengan proses produksi, pengiriman, penyimpanan, distribusi, dan penjualan suatu produk sehingga rantai pasok dapat diartikan sebagai proses pengiriman barang atau jasa dari *supplier* ke *customer*. Tujuan dari rantai pasok adalah untuk memastikan suatu produk berada pada tempat dan waktu yang tepat untuk memenuhi permintaan konsumen tanpa menciptakan stok yang berlebihan atau kekurangan (Subiono, 2015). Berikut ini contoh dari Petri Net sistem transportasi pada rantai pasok pengiriman premium oleh satu kapal tanker.



Gambar 2.7 Petri Net Sistem Transportasi pada Rantai Pasok Premium dengan Satu Kapal Tanker

2.4 Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal

Alur pemesanan suku cadang komponen mesin kapal di suatu perusahaan pelayaran diawali dengan pengecekan *running hours* komponen mesin kapal oleh kru kapal. Jika *running hours* suatu komponen mesin akan segera berakhir, kru kapal memesan pada pihak *purchasing* untuk pembelian suku cadang komponen tersebut. Selanjutnya, pemesanan tersebut akan diproses oleh *purchasing division* sampai suku cadang siap dikirim ke gudang. *Purchasing division* akan menginformasikan kebutuhan suku cadang tersebut kepada beberapa *supplier* yang telah memiliki hubungan kerja dengan perusahaan. Para *supplier* tersebut akan menawarkan suku cadang yang diminta dengan harga, waktu ketersediaan, dan kualitas yang berbeda-beda. Dari beberapa penawaran tersebut, akhirnya muncul rangkuman penawaran (*summary quotation*) yang nantinya akan diajukan ke *manager* kapal untuk menentukan *supplier* mana yang akan dipilih untuk pembelian suku cadang yang dibutuhkan tersebut. Setelah adanya kesepakatan, *supplier* yang terpilih akan menyediakan suku cadang yang dibutuhkan dan mengirimkannya dalam jangka waktu tertentu ke gudang perusahaan. Dengan demikian, suku cadang telah tersedia dan siap untuk dikirim ke kapal.



Gambar 2.8 Diagram Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal

BAB 3

METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan metode penelitian yang digunakan untuk mencapai tujuan penelitian.

3.1 Tahap Penelitian

Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian ini adalah sebagai berikut.

a. **Mempelajari Teori Aljabar Max Plus dan Petri Net**

Pada tahap ini dipelajari teori tentang Aljabar Max Plus dan Petri Net yang diaplikasikan pada masalah pembelian suku cadang komponen mesin kapal.

b. **Mengumpulkan Data**

Pada tahap ini dilakukan pengumpulan data dari perusahaan pelayaran berupa nama dan *running hours* komponen mesin kapal, nama supplier suku cadang untuk setiap komponen, serta lama waktu pemesanan.

c. **Menyusun Alur Petri Net**

Pada tahap ini dilakukan penyusunan alur Petri Net dari data yang telah dikumpulkan, yaitu alur pemesanan setiap suku cadang komponen mesin kapal sejak permintaan dari kru kapal hingga suku cadang tiba di gudang.

d. **Membuat Model Aljabar Max Plus**

Pada tahap ini dibuat model Aljabar Max Plus dari Petri Net yang telah dibuat.

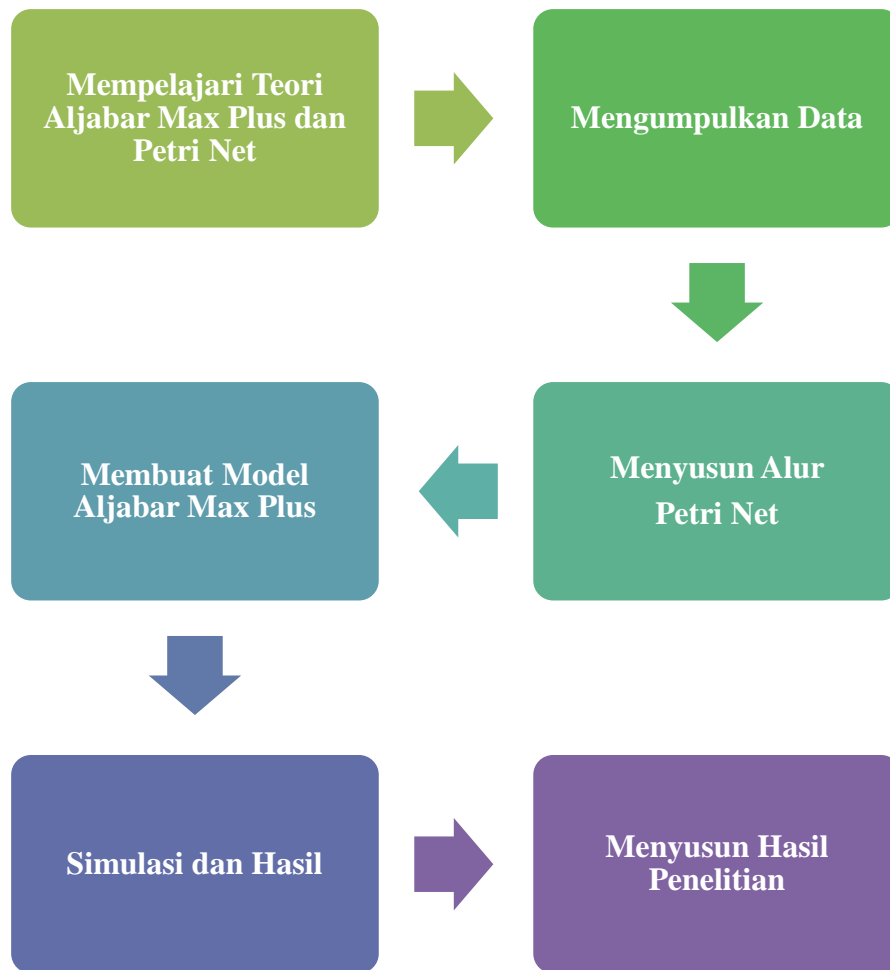
e. **Simulasi dan Hasil**

Pada tahap ini dilakukan simulasi model Aljabar Max Plus yang telah dibuat untuk menentukan waktu maksimum pemesanan setiap suku cadang komponen mesin kapal.

f. **Menyusun Hasil Penelitian**

Pada tahap ini dilakukan penulisan laporan hasil penelitian yang dilakukan dari tahap studi literatur dan pengumpulan data hingga analisis model pemesanan suku cadang komponen mesin kapal.

Berdasarkan langkah-langkah di atas dapat dibuat diagram alur sebagai berikut.



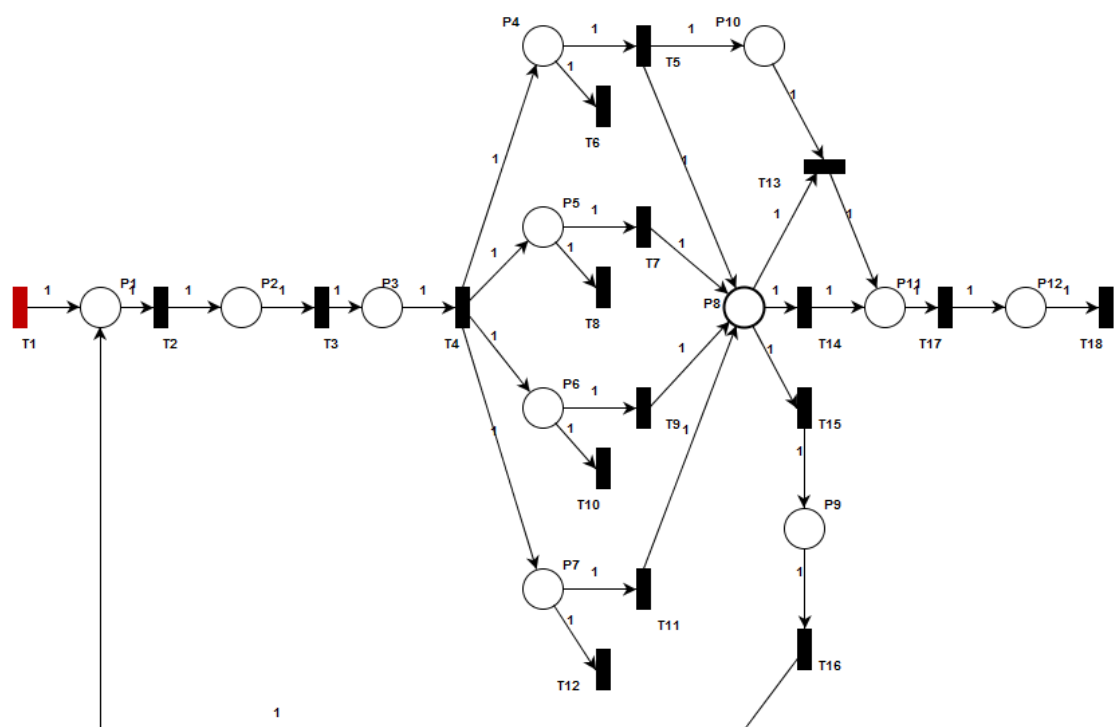
Gambar 3.1 Diagram Tahap Penelitian yang Telah Dilakukan.

BAB 4

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini diberikan hasil penelitian, yaitu analisis permasalahan, model Petri Net, dan model Aljabar Max Plus. Analisis permasalahan yang dibahas merupakan penjelasan mengenai proses permintaan suku cadang oleh kru kapal, pemesanan ke supplier, hingga suku cadang tiba di gudang. Alur dari setiap proses tersebut diterapkan pada model Petri Net dan diberikan simulasi dari model Petri Net dengan menggunakan alat bantu *software* Pipe. Model Petri Net yang diperoleh tersebut diterjemahkan ke dalam model Aljabar Max Plus.

4.1 Petri Net Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal



Gambar 4.1 Keadaan Awal Petri Net Alur Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal dari Permintaan Kru Kapal Hingga Tibanya Suku Cadang di Gudang

Keterangan Gambar 4.1

T_1 = permintaan suku cadang oleh kru kapal ke *purchasing division* ($\pi = 1$)

T_2 = penyebaran informasi permintaan oleh *purchasing division* ke para *supplier* ($\pi = 2$)

T_3 = pemberian penawaran dari para *supplier* ($\pi = 2$)

T_4 = *manager* memeriksa rangkuman penawaran dari para *supplier* ($\pi = 2$)

T_5 = adanya penawaran jenis A ($\pi = 8$)

T_6 = penawaran jenis A tidak ada atau diabaikan ($\pi = 8$)

T_7 = adanya penawaran jenis B ($\pi = 7$)

T_8 = penawaran jenis B tidak ada atau diabaikan ($\pi = 7$)

T_9 = adanya penawaran jenis C ($\pi = 6$)

T_{10} = penawaran jenis C tidak ada atau diabaikan ($\pi = 6$)

T_{11} = adanya penawaran jenis D ($\pi = 5$)

T_{12} = penawaran jenis D tidak ada atau diabaikan ($\pi = 4$)

T_{13} = penawaran jenis A terpilih ($\pi = 3$)

T_{14} = penawaran selain jenis A terpilih ($\pi = 2$)

T_{15} = penawaran ditolak ($\pi = 2$)

T_{16} = *manager* menginstruksikan penyebaran ulang informasi permintaan oleh *purchasing division* ke *supplier* lain ($\pi = 2$)

T_{17} = suku cadang mulai dipesan ($\pi = 2$)

T_{18} = suku cadang tiba di gudang ($\pi = 2$)

P_1 = *purchasing division* menerima permintaan suku cadang ($k = \infty$)

P_2 = para *supplier* menerima informasi permintaan dari *purchasing division* ($k = \infty$)

P_3 = rangkuman penawaran diserahkan ke manager oleh *purchasing division*
($k = \infty$)

P_4 = penawaran jenis A ($k = \infty$)

P_5 = penawaran jenis B ($k = \infty$)

P_6 = penawaran jenis C ($k = \infty$)

P_7 = penawaran jenis D ($k = \infty$)

P_8 = keputusan tentang diterima atau ditolaknya penawaran ($k = 1$)

P_9 = menyimpan rangkuman penawaran yang sementara ditolak ($k = \infty$)

P_{10} = penawaran A diprioritaskan ($k = \infty$)

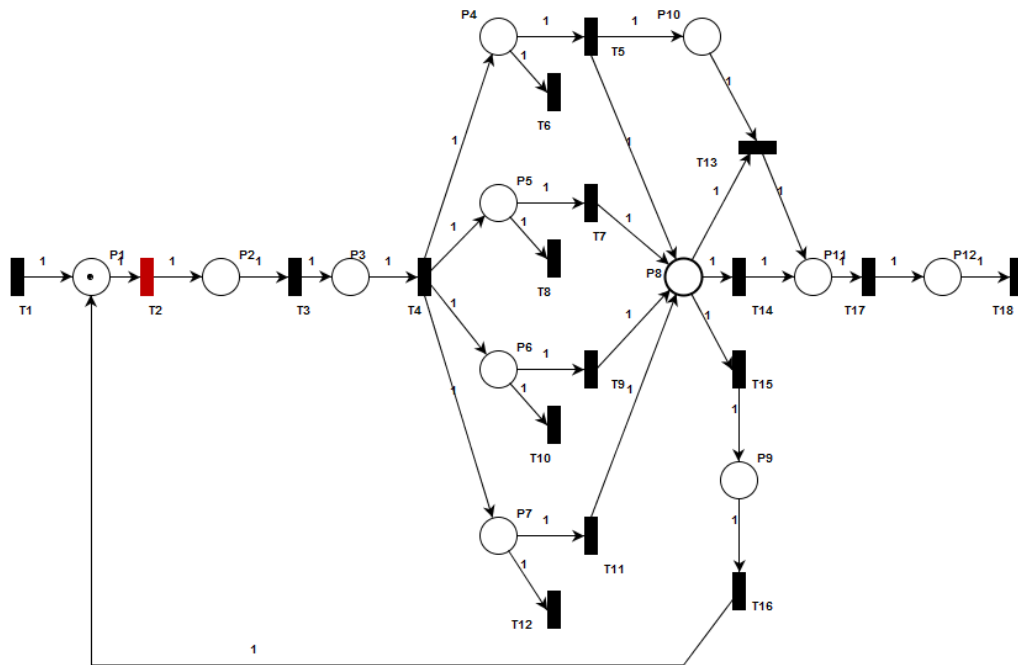
P_{11} = terpilih satu *supplier* ($k = \infty$)

P_{12} = *supplier* terpilih menyediakan suku cadang yang dipesan ($k = \infty$)

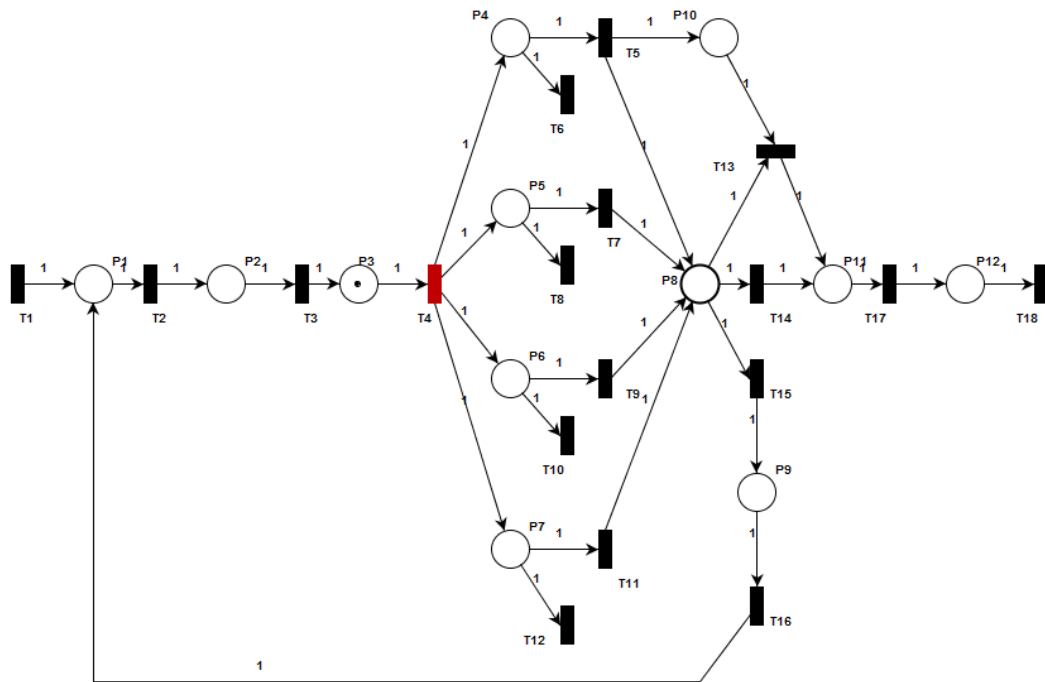
Petri Net pada Gambar 4.1 merepresentasikan alur dari pemesanan suku cadang komponen mesin kapal dengan mencantumkan 4 jenis penawaran yang diberikan *supplier* serta proses pemberian keputusan oleh *manager* perusahaan. Petri Net ini tidak bersifat tunggal, artinya dapat dibuat Petri Net lain terkait alur pemesanan suku cadang yang dapat disesuaikan dengan kondisi *real* guna memperoleh model Aljabar Max Plus untuk menghitung waktu maksimum pemesanan suku cadang. Namun, Petri Net pada Gambar 4.1 merupakan Petri Net yang dibuat sesederhana mungkin dan dapat merepresentasikan alur pemesanan suku cadang sesuai kondisi nyata di perusahaan pelayaran yang menjadi obyek penelitian ini.

Pada Gambar 4.1 Petri Net alur pemesanan suku cadang komponen mesin kapal diawali dengan transisi T_1 yang memiliki prioritas 1 dan selalu *enable* pada keadaan awal. Hal ini menunjukkan bahwa kru kapal dapat melakukan permintaan suatu suku cadang komponen mesin kapal kapanpun dibutuhkan. Pada saat transisi T_1 di-*fire* satu kali berarti kru kapal mulai melakukan permintaan suku cadang sehingga terdapat satu token pada *place* P_1 yang menandakan bahwa

permintaan kru kapal atas suatu suku cadang telah diterima oleh *purchasing division*. Keadaan ini menyebabkan transisi T_1 tidak *enable* lagi karena prioritas transisi lainnya lebih besar daripada 1 artinya kru kapal tidak perlu melakukan permintaan ulang karena sedang diproses oleh *purchasing division*. Sementara itu, transisi T_2 menjadi *enable* karena *place* P_1 terhubung oleh garis panah berbobot 1 ke transisi T_2 dan jumlah token pada *place* P_1 lebih dari atau sama dengan bobot garis panah penghubung tersebut. Dengan demikian, penyebaran informasi permintaan oleh *purchasing division* ke para *supplier* siap dilakukan. Keadaan ini ditunjukkan pada Gambar 4.2.

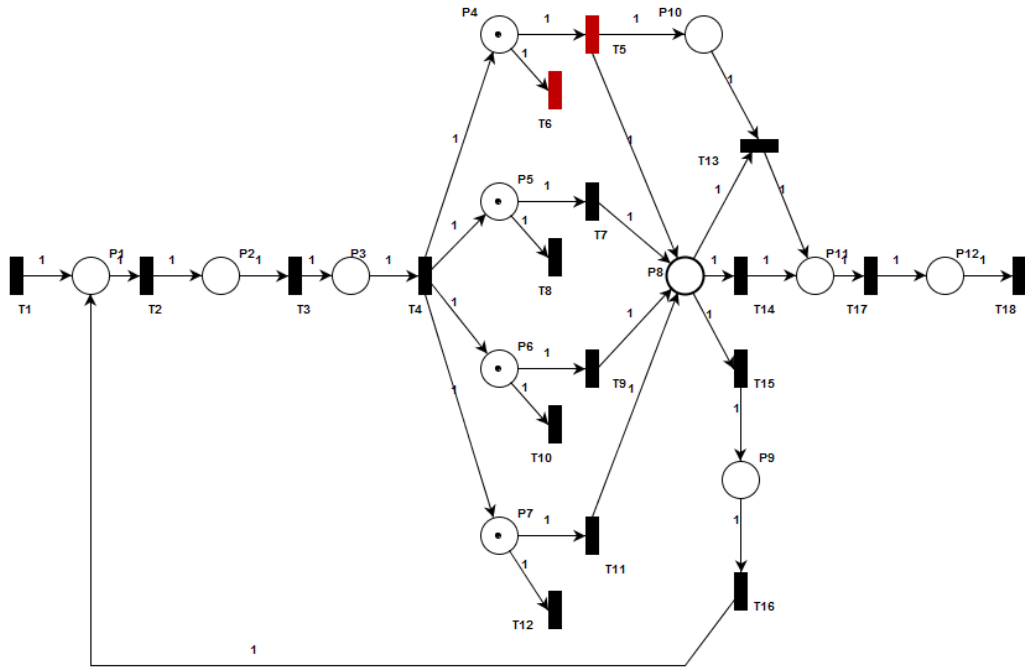


Gambar 4.2 Keadaan Setelah Transisi T_1 di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_2 *Enable*



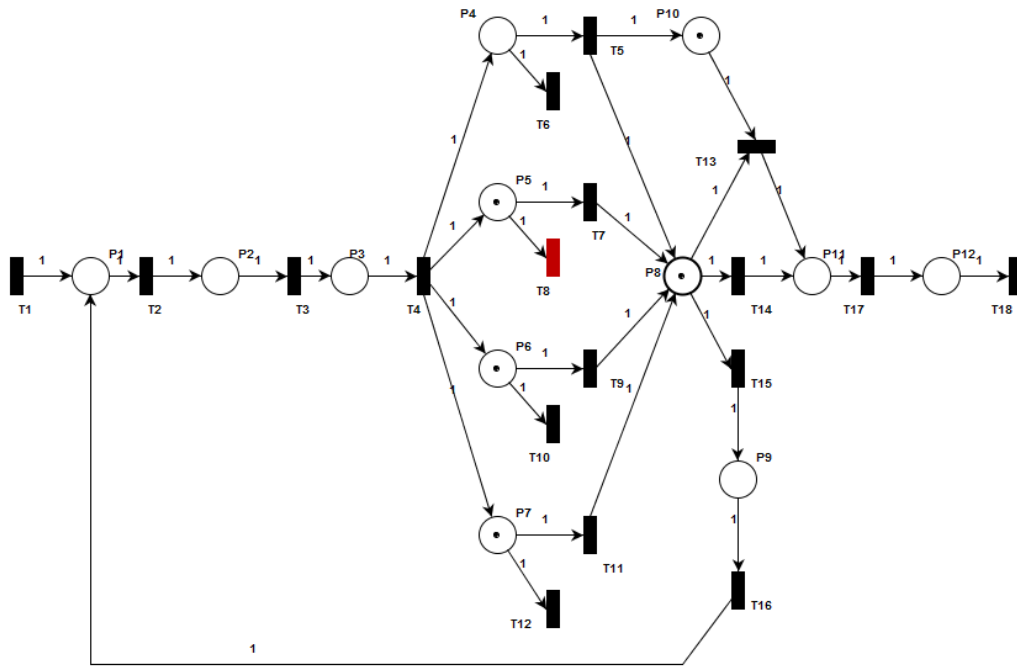
Gambar 4.4 Keadaan Setelah Transisi T_3 di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_4 *Enable*

Dalam setiap penawaran, *manager* memperhatikan tiga kriteria, yaitu harga, kualitas, dan lamanya waktu pengiriman suku cadang. *Manager* akan memprioritaskan *supplier* yang menawarkan harga murah, kualitas baik, dan waktu pengiriman yang cepat. Oleh karena itu, *manager* mengelompokkan penawaran-penawaran tersebut menjadi 4 jenis, yaitu jenis A yang memenuhi tiga kriteria, jenis B yang memenuhi 2 kriteria, jenis C yang memenuhi 1 kriteria, dan jenis D yang tidak memenuhi ketiga kriteria tersebut. Karena penawaran jenis A memenuhi semua kriteria penawaran yang diinginkan perusahaan, maka penawaran jenis A lebih diprioritaskan dibanding penawaran lainnya. Ada dan tidaknya penawaran yang termasuk jenis A, B, C, dan D secara berturut-turut diwakili oleh transisi T_5 dan T_6 , T_7 dan T_8 , T_9 dan T_{10} , serta T_{11} dan T_{12} . Prioritas tertinggi dimiliki oleh transisi T_5 dan T_6 , yaitu 8 sehingga penawaran jenis A pasti akan dipilih dibandingkan yang lain.

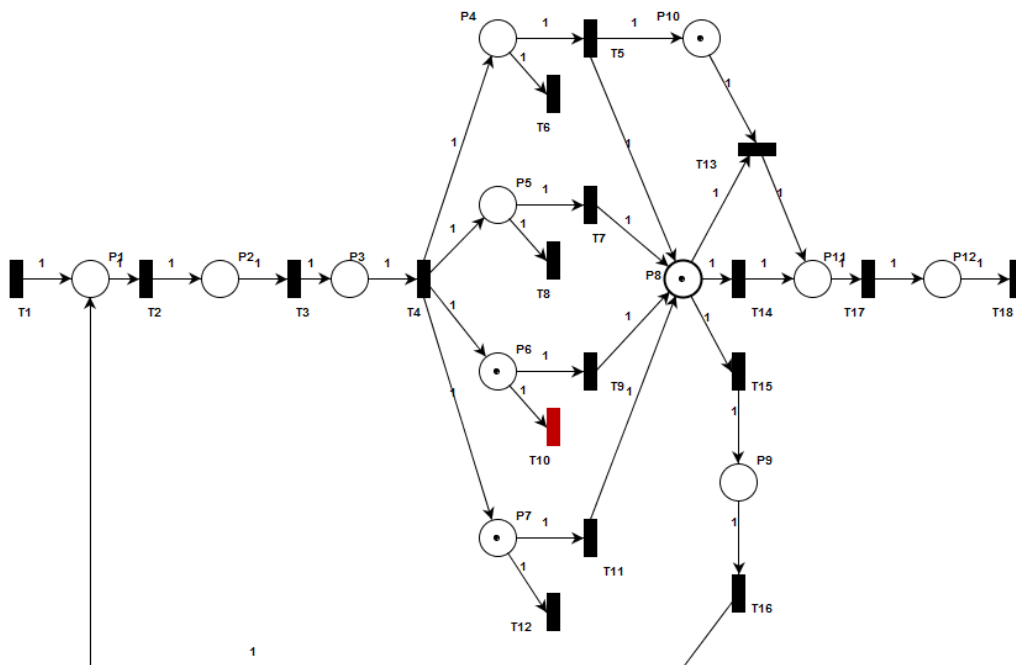


Gambar 4.5 Keadaan Setelah Transisi T_4 di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_5 dan T_6 *Enable*

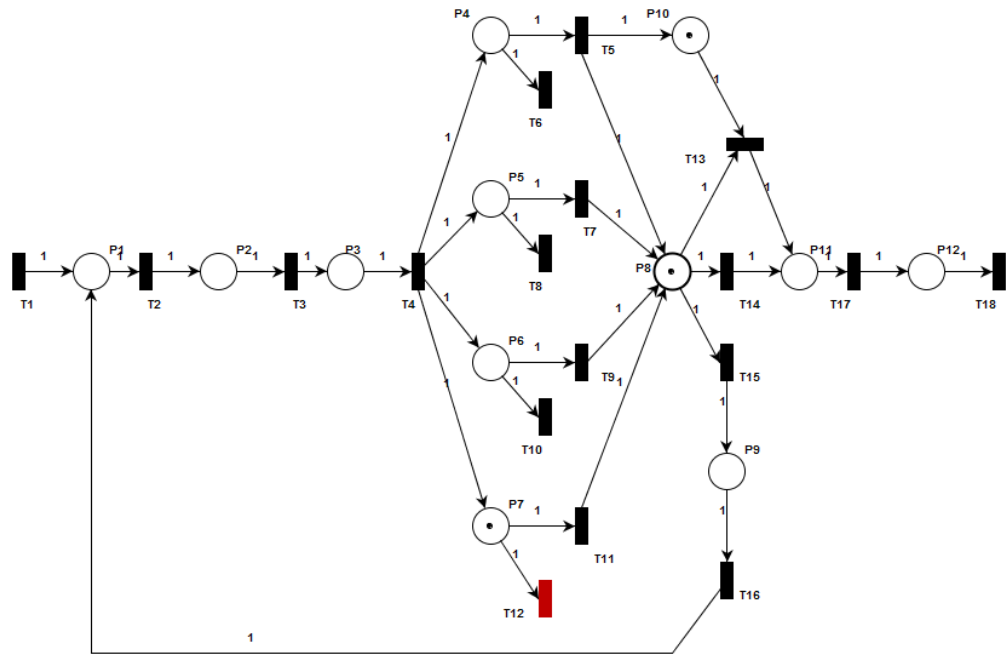
Pada Gambar 4.5 ditunjukkan bahwa transisi T_5 dan T_6 *enable* yang berarti *manager* akan memeriksa ada tidaknya penawaran jenis A. Jika penawaran jenis A ada, maka transisi T_5 di-*fire*, sedangkan jika penawaran jenis A tidak ada, maka transisi T_6 di-*fire*.



Gambar 4.6 Keadaan Setelah Transisi T_5 di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_8 *Enable*

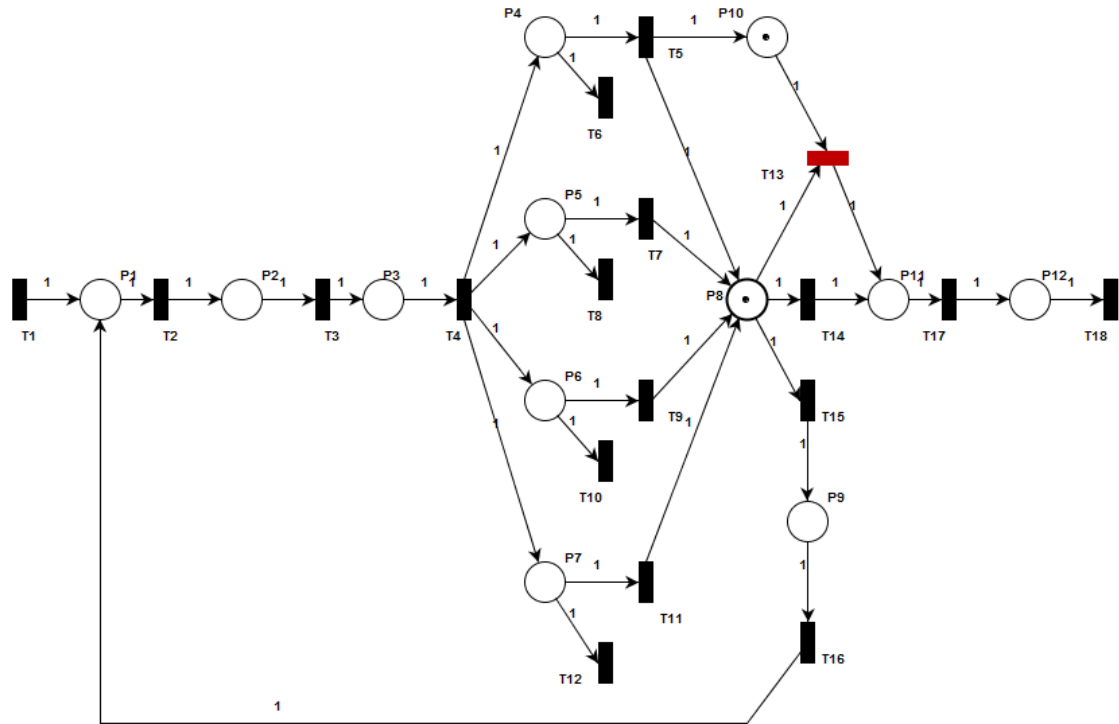


Gambar 4.7 Keadaan Setelah Transisi T_8 di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{10} *Enable*



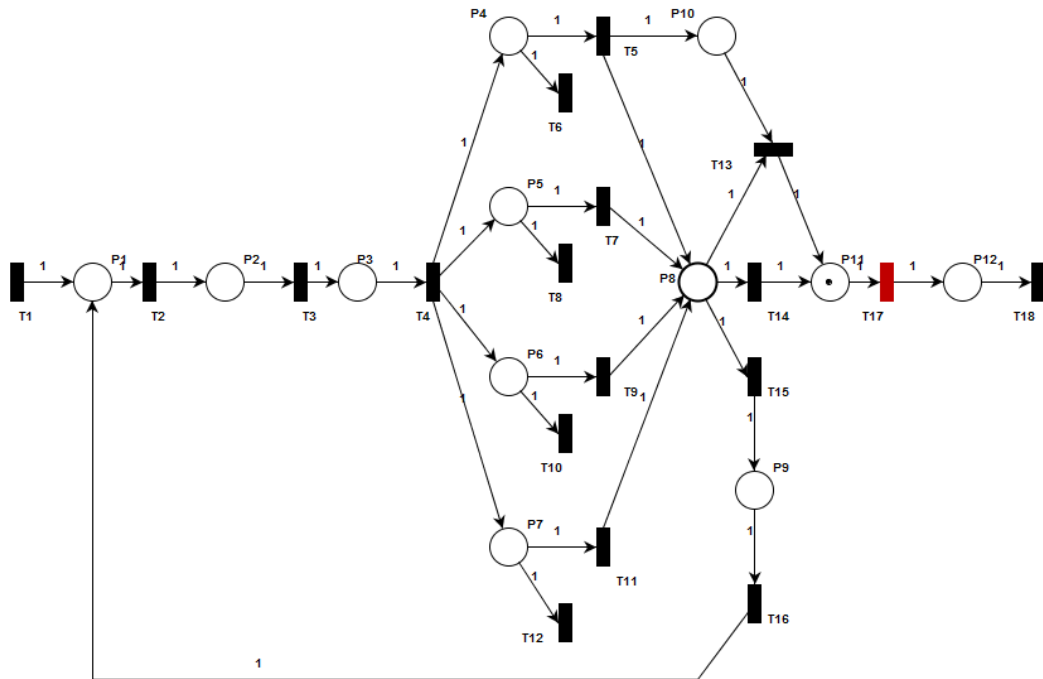
Gambar 4.8 Keadaan Setelah Transisi T_{10} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{12} *Enable*

Keadaan pada Gambar 4.6, 4.7, dan 4.8 menunjukkan bahwa terdapat penawaran jenis A sehingga penawaran jenis B,C, dan D harus diabaikan sehingga Transisi T_8 , T_{10} , dan T_{12} harus di-*fire* satu per satu secara berurutan.



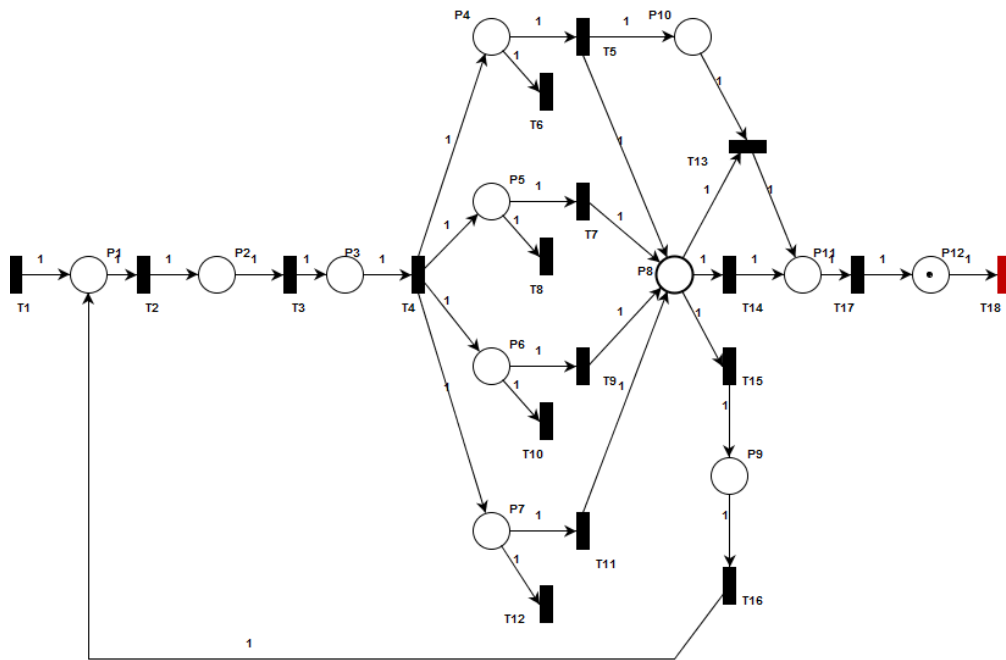
Gambar 4.9 Keadaan Setelah Transisi T_{12} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{13} *Enable*

Terlihat pada Gambar 4.9 bahwa transisi T_{13} menjadi *enable* karena *place* P_8 dan P_{10} masing-masing telah terisi token yang berarti *manager* akan menerima penawaran jenis A karena diprioritaskan. Jika transisi T_{13} di-*fire*, maka penawaran telah terpilih satu *supplier* yang telah memberi penawaran jenis A sehingga proses pemesanan pun dapat dimulai sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.10.

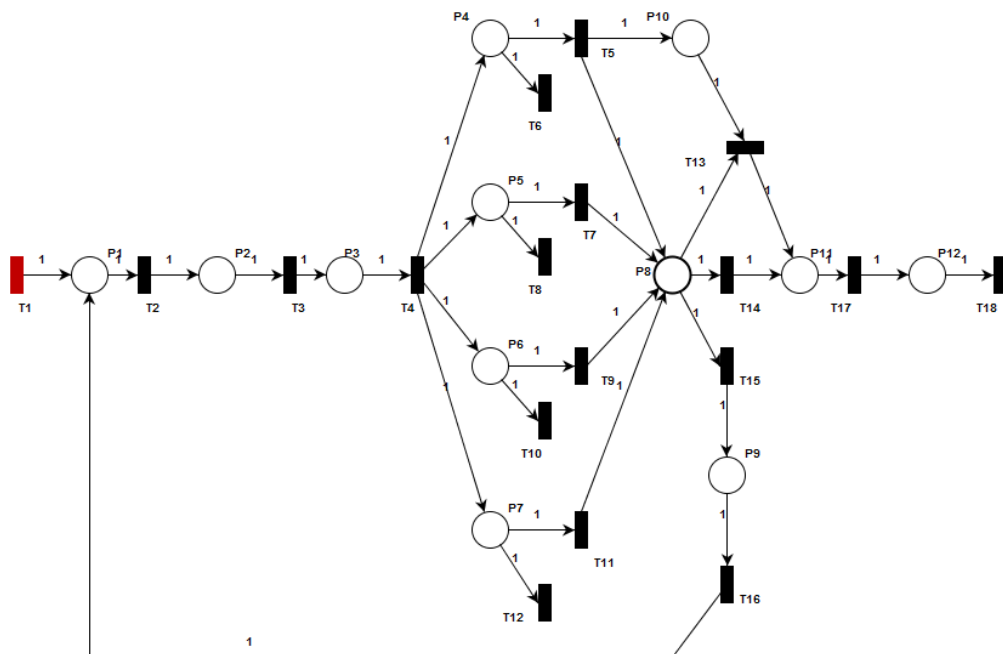


Gambar 4.10 Keadaan Setelah Transisi T_{13} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{17} *Enable*

Jika transisi T_{17} di-*fire* berarti suku cadang komponen mesin kapal sudah mulai dipesan dan *supplier* terpilih akan menyiapkan suku cadang tersebut untuk segera dikirim dan transisi T_{18} akan menjadi *enable*. Jika transisi T_{18} di-*fire*, maka artinya suku cadang yang dipesan telah tiba di gudang perusahaan dan transisi T_1 menjadi *enable* yang berarti kru kapal dapat memesan suku cadang komponen mesin ini kapanpun dibutuhkan kembali. Keadaan ini ditunjukkan pada Gambar 4.11 dan 4.12.

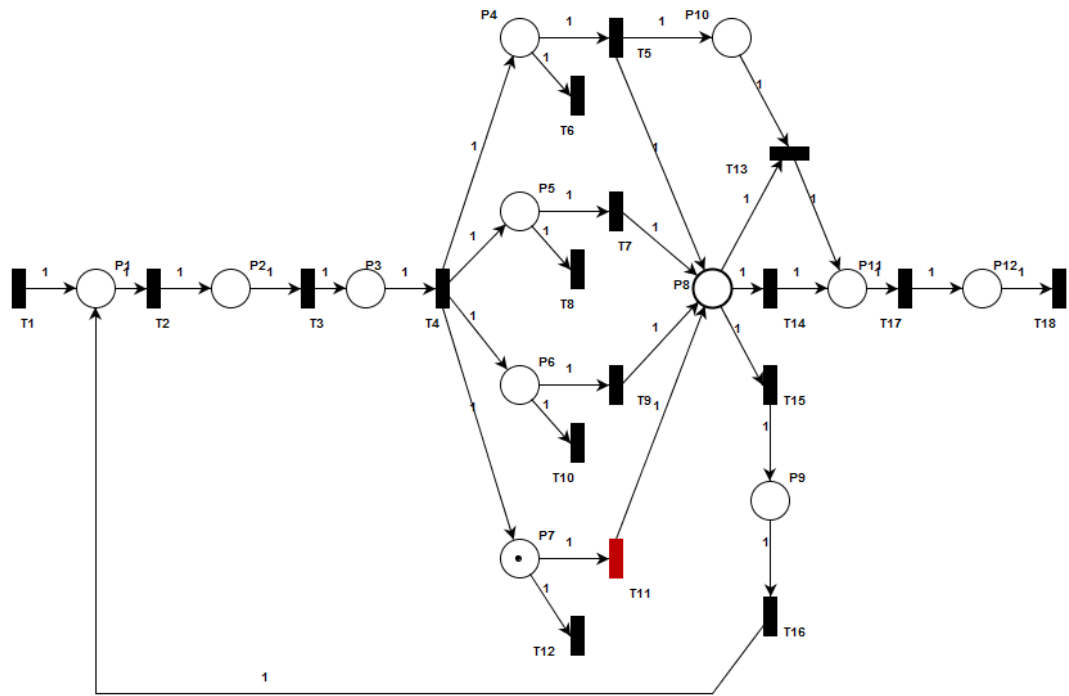


Gambar 4.11 Keadaan Setelah Transisi T_{17} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{18} *Enable*

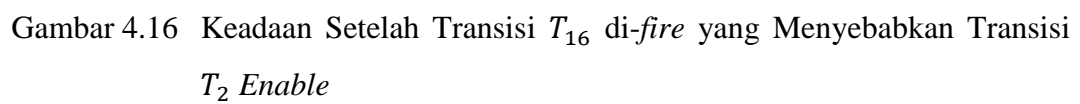
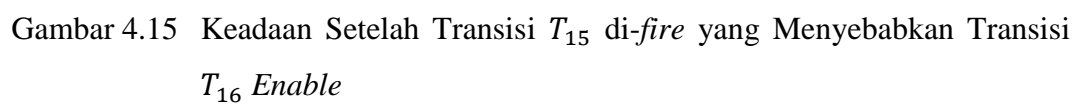


Gambar 4.12 Keadaan Setelah Transisi T_{18} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_1 *Enable* Kembali

Sementara itu, jika *manager* tidak menemukan penawaran jenis A, B, dan C, maka transisi T_6 , T_8 , dan T_{10} harus di-*fire* sehingga transisi T_{12} menjadi *enable*. Jika transisi T_{12} di-*fire*, transisi T_{14} dan T_{15} menjadi *enable* yang berarti *summary* yang ada tetap harus diputuskan akan diterima atau ditolak. Keadaan ini ditunjukkan pada Gambar 4.13 dan Gambar 4.14.



Gambar 4.13 Keadaan Setelah Transisi T_6, T_8 , dan T_{10} di-*fire* yang Menyebabkan Transisi T_{11} *Enable*



4.2 Model Aljabar Max Plus dari Alur Petri Net Pemesanan Suku Cadang Dikaitkan dengan Waktu

Model Aljabar Max Plus digunakan untuk mengetahui lama waktu dan waktu berakhirnya proses pemesanan suku cadang mulai dari permintaan suku cadang oleh kru kapal hingga suku cadang tiba di gudang dan siap dikirim ke kapal. Sebelumnya terlebih dahulu diberikan definisi variabel-variabel yang digunakan untuk memodelkan alur pemesanan ini. Variabel yang menunjukkan waktu adalah sebagai berikut.

T_1 = permintaan suku cadang oleh kru kapal ke *purchasing division*

T_2 = penyebaran informasi permintaan oleh *purchasing division* ke para *supplier*

T_3 = pemberian penawaran dari para *supplier*

T_4 = *manager* memeriksa rangkuman penawaran dari para *supplier*

T_5 = adanya penawaran jenis A

T_6 = penawaran jenis A tidak ada atau diabaikan

T_7 = adanya penawaran jenis B

T_8 = penawaran jenis B tidak ada atau diabaikan

T_9 = adanya penawaran jenis C

T_{10} = penawaran jenis C tidak ada atau diabaikan

T_{11} = adanya penawaran jenis D

T_{12} = penawaran jenis D tidak ada atau diabaikan

T_{13} = penawaran jenis A terpilih

T_{14} = penawaran selain jenis A terpilih

T_{15} = penawaran ditolak

T_{16} = *manager* menginstruksikan penyebaran ulang informasi permintaan oleh *purchasing division* ke *supplier* lain

T_{17} = suku cadang mulai dipesan

T_{18} = suku cadang tiba di gudang

Variabel-variabel yang menunjukkan lama waktu setiap proses pada alur pemesanan tersebut adalah sebagai berikut.

$v_{T_1,k}$ = lamanya permintaan suku cadang oleh kru kapal diterima oleh *purchasing division*

$v_{T_2,k}$ = lamanya proses penyebaran informasi permintaan dari *purchasing division* ke para *supplier*

$v_{T_3,k}$ = lamanya pemberian penawaran dari *supplier* pertama sejak menerima informasi permintaan

$v_{T_4,k}$ = lamanya pemberian penawaran dari *supplier* kedua sejak menerima informasi permintaan

$v_{T_5,k}$ = lamanya pemberian penawaran dari *supplier* ketiga sejak menerima informasi permintaan

$v_{T_6,k}$ = lamanya pemberian penawaran dari *supplier* keempat sejak menerima informasi permintaan

$v_{T_7,k}$ = lamanya penyerahan rangkuman penawaran kepada *manager*

$v_{T_8,k}$ = lamanya *manager* menentukan semua penawaran ditolak

$v_{T_9,k}$ = lamanya pemberian penawaran dari *supplier* lain sejak menerima informasi permintaan

$v_{T_{10},k}$ = lamanya penyerahan rangkuman penawaran yang baru kepada *manager*

$v_{T_{11},k}$ = lamanya *manager* menentukan salah satu penawaran diterima

$v_{T_{12},k}$ = lamanya suku cadang mulai dipesan sejak penentuan *supplier* terpilih

$v_{T_{13},k}$ = lamanya suku cadang tiba di gudang sejak dipesan

Variabel-variabel yang telah disebutkan di atas digunakan untuk membentuk model Aljabar Max Plus.

$$T_1(k) = v_{T_1,k} \otimes T_1(k-1) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} T_2(k) &= v_{T_2,k} \otimes T_1(k) \oplus v_{T_2,k} \otimes T_{16}(k-1) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} T_3(k) &= v_{T_3,k} \otimes T_2(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} T_4(k) &= v_{T_4,k} \otimes T_3(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\ &\quad T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} T_5(k) &= v_{T_5,k} \otimes T_4(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\ &\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} T_6(k) &= v_{T_6,k} \otimes T_4(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\ &\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_6,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} T_7(k) &= v_{T_7,k} \otimes T_4(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\ &\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} T_8(k) &= v_{T_8,k} \otimes T_4(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\ &\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_8,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} T_9(k) &= v_{T_9,k} \otimes T_4(k) \\ &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\ &\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes T_{16}(k-1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
T_{10}(k) &= v_{T_{10},k} \otimes T_4(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{10},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
&\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_{10},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
T_{11}(k) &= v_{T_{11},k} \otimes T_4(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
T_{12}(k) &= v_{T_{12},k} \otimes T_4(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{12},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{12},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
T_{13}(k) &= v_{T_{13},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_{13},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_1(k-1) \oplus \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
&\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
&\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
&\quad v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{13},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
T_{14}(k) &= v_{T_{14},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_{14},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_1(k-1) \oplus \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
& v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
T_{15}(k) &= v_{T_{15},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_{14},k} \otimes [T_5(k) \oplus T_7(k) \oplus T_9(k) \oplus T_{11}(k)] \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_1(k-1) \oplus \\
& \quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
& \quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes \\
& \quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes \\
& \quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
& \quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
& \quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& \quad v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
T_{16}(k) &= v_{T_{16},k} \otimes T_{15}(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
& \quad T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
& \quad T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes \\
& \quad v_{T_{16},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes \\
& \quad v_{T_{16},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes \\
& \quad v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes \\
& \quad v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& \quad v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& \quad v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
T_{17}(k) &= v_{T_{17},k} \otimes [T_{13}(k) \oplus T_{14}(k)] \\
&= v_{T_{17},k} \otimes T_{14}(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& \quad T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes \\
& v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes \\
& v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
T_{18}(k) &= v_{T_{18},k} \otimes T_{17}(k) \\
&= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes \\
& T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& v_{T_{18},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes \\
& v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes \\
& v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes T_1(k-1) \oplus \\
& v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes \\
& T_{16}(k-1) \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes T_1(k-1) \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes \\
& v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \otimes T_{16}(k-1)
\end{aligned} \tag{18}$$

Dari persamaan (1), (16), dan (18) diperoleh lamanya proses pemesanan suku cadang mesin kapal sejak permintaan dari kru kapal hingga tiba di gudang, yaitu

$$\begin{bmatrix} T_1(k) \\ T_{16}(k) \\ T_{18}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_{T_1,k} & \varepsilon & \varepsilon \\ a & b & \varepsilon \\ c & d & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} T_1(k-1) \\ T_{16}(k-1) \\ T_{18}(k-1) \end{bmatrix}$$

dengan

$$\begin{aligned}
a &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes \\
&\quad v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
&\quad v_{T_9,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes \\
&\quad v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \\
b &= v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
&\quad v_{T_7,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes \\
&\quad v_{T_{16},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \\
c &= v_{T_1,k} \otimes v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
&\quad v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \\
d &= v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes \\
&\quad v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
&\quad v_{T_9,k} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k} \otimes \\
&\quad v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k}
\end{aligned}$$

Jika dilakukan penyebaran kembali informasi kebutuhan suku cadang ke supplier lain karena belum diperoleh penawaran yang sesuai, maka waktu yang dibutuhkan dalam proses pemesanan suku cadang pun akan semakin lama dan hal ini juga perlu dipertimbangkan. Agar proses penentuan *supplier* tidak lebih dari 4 minggu, maka pengulangan diharapkan hanya dilakukan 1 kali saja. Dengan demikian, nilai c dan d berubah menjadi

$$\begin{aligned}
c &= v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
&\quad v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
&\quad v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
&\quad v_{T_9,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& v_{T_{18},k} \\
d = & (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes \\
& v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k})^{\otimes 2} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} .
\end{aligned}$$

sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}
c_n = & v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes \\
& v_{T_9,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus v_{T_1,k} \otimes \\
& (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& v_{T_{18},k} \\
d_n = & (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_5,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes \\
& v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_7,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes \\
& v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_9,k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes v_{T_{15},k} \otimes \\
& v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k} \oplus (v_{T_2,k} \otimes v_{T_3,k} \otimes v_{T_4,k} \otimes v_{T_{11},k})^{\otimes n} \otimes v_{T_{14},k} \otimes \\
& v_{T_{15},k} \otimes v_{T_{16},k} \otimes v_{T_{17},k} \otimes v_{T_{18},k}
\end{aligned}$$

dengan n merupakan banyaknya penyebaran informasi dalam satu kali proses pemesanan suku cadang.

Berikutnya diberikan lama waktu proses (dalam hari) tiap tahap ke-1,

$v_{T_1,1} = 1$ hari	$v_{T_{10},1} = 1$ hari
$v_{T_2,1} = 1$ hari	$v_{T_{11},1} = 1$ hari
$v_{T_3,1} = 14$ hari	$v_{T_{12},1} = 1$ hari
$v_{T_4,1} = 1$ hari	$v_{T_{13},1} = 1$ hari
$v_{T_5,1} = 1$ hari	$v_{T_{14},1} = 1$ hari
$v_{T_6,1} = 1$ hari	$v_{T_{15},1} = 1$ hari
$v_{T_7,1} = 1$ hari	$v_{T_{16},1} = 1$ hari
$v_{T_8,1} = 1$ hari	$v_{T_{17},1} = 1$ hari
$v_{T_9,1} = 1$ hari	$v_{T_{18},1}$ tergantung jenis suku cadang

Dengan demikian, diperoleh

$$\begin{aligned}
 a &= 1 \otimes 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes \\
 &\quad 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \\
 &= 20 \\
 b &= 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes 14 \otimes \\
 &\quad 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \oplus 1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \\
 &= 19 \\
 c_2 &= 1 \otimes (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus 1 \otimes \\
 &\quad (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus 1 \otimes (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes \\
 &\quad 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus 1 \otimes (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes \\
 &\quad 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \\
 &= 39 \otimes v_{T_{18},k}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_2 &= (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \oplus (1 \otimes 14 \otimes 1 \otimes 1)^{\otimes 2} \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes 1 \otimes v_{T_{18},k} \\
&= 38 \otimes v_{T_{18},k}
\end{aligned}$$

Misalkan untuk suku cadang *Crosshead Bearing Shell* pada komponen *Connecting Rod* yang memiliki $v_{T_{18},1} = 26$ hari, diperoleh

$$c_2 = 39 \otimes 26 = 65$$

$$d_2 = 38 \otimes 26 = 64$$

Untuk keadaan awal

$$\begin{bmatrix} T_1(0) \\ T_{16}(0) \\ T_{18}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

diperoleh

$$\begin{bmatrix} T_1(1) \\ T_{16}(1) \\ T_{18}(1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon & \varepsilon \\ 20 & 19 & \varepsilon \\ 65 & 64 & \varepsilon \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 20 \\ 65 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan hasil dari penghitungan tersebut dapat disimpulkan bahwa pada sub-komponen *Crosshead Bearing Shell* untuk komponen *Connecting Rod*, informasi permintaan suku cadang dari kru kapal diterima oleh *purchasing division* sehari kemudian. Sementara itu, *manager* menginstruksikan penyebaran ulang informasi permintaan oleh *purchasing division* ke *supplier* lain pada hari ke-20 dan suku cadang tiba di gudang pada hari ke 65. Karena rata-rata *running hours* kapal setiap hari adalah 10 jam sebagaimana yang tercantum pada Tabel 4.1, maka *running hours* suku cadang selama proses pemesanan berlangsung adalah $65 \times 10 = 650$ jam. Oleh karena itu, sub-komponen *Crosshead Bearing Shell* untuk komponen *Connecting Rod* yang memiliki *running hours* 16.000 jam harus mulai dilakukan pemesanan suku cadang oleh kru kapal pada saat *running hours* telah mencapai $16.000 - 650 = \mathbf{15.350 \text{ jam}}$. Cara ini dapat dilakukan untuk

melakukan penghitungan *running hours* pemesanan suku cadang lainnya sesuai dengan lama waktu pemesanan masing-masing suku cadang.

Tabel 4.1 Lama *Running Hours* Operasi Kapal Setiap Bulan dalam Satuan Jam

No	Bulan	Running Hours Kapal (Jam)
1	Januari	313
2	Februari	280
3	Maret	318
4	April	255
5	Mei	379
6	Juni	343
7	Juli	224
8	Agustus	364
9	September	294
10	Oktober	309
11	November	364
12	Desember	287
Rata-rata per bulan		311
Rata-rata per hari		10

4.3 Aplikasi Model Aljabar Max Plus dari Petri Net Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal

Setiap kapal memiliki satu mesin utama yang berfungsi untuk menggerakkan kapal dan memiliki banyak sekali komponen. Setiap komponen memiliki karakteristik yang berbeda. Baik dari segi harga, kelangkaan, lama pembuatan, dll sehingga mempengaruhi lama pemesanan suku cadangnya.

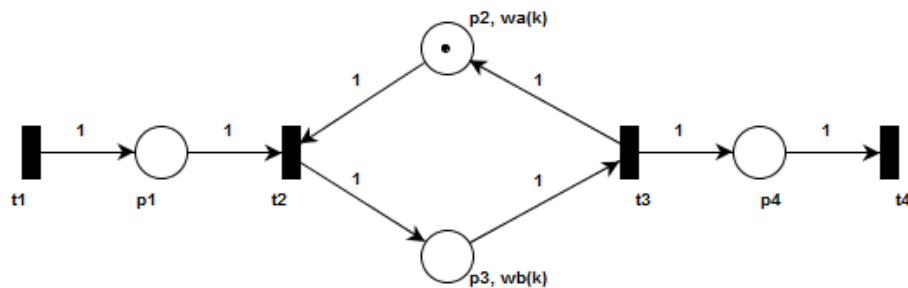
Berdasarkan model Aljabar Max Plus yang telah dibuat dan data lama waktu pemesanan oleh *purchasing division* ke *supplier* untuk setiap suku cadang komponen mesin kapal, diperoleh waktu pemesanan maksimum sejak permintaan suku cadang dari kru kapal hingga tibanya suku cadang di gudang dalam satuan hari. Berdasarkan Tabel 4.1, diketahui bahwa rata-rata jam kerja kapal per hari adalah 10 jam sehingga diperoleh *running hours* saat dimulainya pemesanan suku cadang oleh kru kapal dalam satuan jam seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.2.

Tabel 4.2 Waktu Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal Berdasarkan *Running Hours* Komponen

No	Nama Suku Cadang	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Pemesanan (hari)	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Permintaan dari Kapal (hari)	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Permintaan dari Kapal (jam)	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Mulai Pesan (jam)
Komponen 1 - CONNECTING ROD						
1	CRANKPIN BEARING SHELL	13	52	520	16000	15480
2	CROSSHEAD BEARING SHELL	26	65	650		15350
Komponen 2 - STUFFING BOX						
3	O-RING	55	94	940	8000	7060
4	SCRAPER RING (LOWER)	55	94	940		7060
5	SCRAPER RING (UPPER)	55	94	940		7060
6	TIGHTENING RING	55	94	940		7060
Komponen 3 - PISTON						
7	PISTON RING - 3169804	34	73	730	8000	7270
8	PISTON RING - 3169805	101	140	1400		6600
Komponen 4 - EXH VALVE						
9	GUIDE RING	49	88	880	4000	3120
10	O-RING – 4511913	10	49	490		3510
11	O-RING – 4511912	10	49	490		3510
12	O-RING - EN17M340	34	73	730		3270
13	O-RING – 4183312	55	94	940		3060
14	O-RING - EN17M365	34	73	730		3270
15	PISTON RING	34	73	730		3270
16	SEAL RING – 4184389	34	73	730		3270
17	SEAL RING – 4184390	34	73	730		3270

No	Nama Suku Cadang	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Pemesanan (hari)	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Permintaan dari Kapal (hari)	Lama Suku Cadang Tiba Sejak Permintaan dari Kapal (jam)	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Mulai Pesan (jam)
Komponen 4 - EXH VALVE						
18	SPACER RING	34	73	730	4000	3270
Komponen 5 - FUEL VALVE						
19	O-RING – 4181145	34	73	730	8000	7270
20	O-RING – 4181146	55	94	940		7060
21	O-RING – 4183002	55	94	940		7060
22	SLIDE VALVE ASS	34	73	730		7270
23	SPINDLE GUIDE ASS	34	73	730		7270
Komponen 6 - FUEL PUMP						
24	SPACER RING	10	49	490	16000	15510
25	SCRAPER RING	34	73	730		15270
26	O-RING – 4181145	55	94	940		15060
27	O-RING – 4181452	34	73	730		15270
28	O-RING – 4181455	34	73	730		15270
29	SLIDE VALVE	11	50	500		15500
30	SPRING	11	50	500		15500
31	THRUST PIECE	11	50	500		15500
32	CYLINDER COMPLETE	15	54	540		15460

4.4 Petri Net Pemesanan Komponen Mesin Kapal Menggunakan Model Rantai Pasok



Gambar 4.16 Petri Net Sistem Pemesanan Suku Cadang Mesin Kapal

Keterangan Gambar 4.16

t_1 = kondisi perlu mulai disiapkannya suku cadang

t_2 = kru kapal mulai memesan suku cadang ke *purchasing division*

t_3 = suku cadang komponen kapal tiba

t_4 = komponen yang lama siap diganti dengan suku cadang yang baru

p_1 = suku cadang

p_2 = komponen mesin kapal digunakan

p_3 = suku cadang komponen mesin kapal sedang dipesan

p_4 = *running hours* komponen mesin kapal berakhir

w_a = lamanya penggunaan komponen mesin kapal sebelum pemesanan suku cadang

w_b = lamanya proses pemesanan suku cadang

Selanjutnya dibentuk model Aljabar Max Plus dari model Petri Net sistem pemesanan suku cadang komponen mesin kapal yang dikaitkan dengan waktu sebagai berikut.

$$t_2(k) = w_a \otimes t_3(k - n) \oplus t_1(k)$$

$$t_3(k) = w_b \otimes t_2(k)$$

$$y(k) = t_3(k)$$

dengan $n = \text{banyaknyaknya suku cadang} = 1$.

Model di atas dapat diubah ke dalam bentuk persamaan matriks sebagai berikut.

$$X(k) = A_0 \otimes X(k) \oplus A_1 \otimes X(k - n) \oplus B_0 \otimes U(k)$$

$$Y(k) = C \otimes X(k)$$

dengan

$$U(k) = [t_1(k)]$$

$$X(k) = \begin{bmatrix} t_2(k) \\ t_3(k) \end{bmatrix}$$

$$Y(k) = [t_4(k)]$$

$$A_0 = \begin{bmatrix} \varepsilon & \varepsilon \\ w_b & \varepsilon \end{bmatrix}, A_1 = \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix}, \text{ dan } C = [\varepsilon \quad 0]$$

Berdasarkan (Subiono, 2015), telah diketahui bahwa $A = A_0^* \otimes A_1$ dan $B = A_0^* \otimes B_0$ sehingga diperoleh matriks

$$A = A_0^* \otimes A_1$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \\ w_b & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \otimes \varepsilon \oplus \varepsilon \otimes \varepsilon & 0 \otimes w_a \oplus \varepsilon \otimes \varepsilon \\ w_b \otimes \varepsilon \oplus 0 \otimes \varepsilon & w_b \otimes w_a \oplus 0 \otimes \varepsilon \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & w_b \otimes w_a \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & w_a w_b \end{bmatrix}$$

$$A^2 = A \otimes A$$

$$= \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & w_a w_b \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & w_a w_b \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} \varepsilon \otimes \varepsilon \oplus w_a \otimes \varepsilon & \varepsilon \otimes w_a \oplus w_a \otimes w_a w_b \\ \varepsilon \otimes \varepsilon \oplus w_a w_b \otimes \varepsilon & \varepsilon \otimes w_a \oplus w_a w_b \otimes w_a w_b \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \varepsilon \oplus \varepsilon & \varepsilon \oplus w_a^{\otimes 2} w_b \\ \varepsilon \oplus \varepsilon & \varepsilon \oplus w_b^{\otimes 2} \otimes w_a^{\otimes 2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a^{\otimes 2} w_b \\ \varepsilon & w_a^{\otimes 2} w_b^{\otimes 2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$B = A_0^* \otimes B_0$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{bmatrix} 0 & \varepsilon \\ w_b & 0 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ \varepsilon \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \otimes 0 \oplus \varepsilon \otimes \varepsilon \\ w_b \otimes 0 \oplus 0 \otimes \varepsilon \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \oplus \varepsilon \\ w_b \oplus \varepsilon \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

sehingga

$$\begin{aligned}
CB &= [\varepsilon \quad 0] \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix} \\
&= [\varepsilon \otimes 0 \oplus 0 \otimes w_b] \\
&= [\varepsilon \oplus w_b] \\
&= [w_b]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
CAB &= [\varepsilon \quad 0] \otimes \begin{bmatrix} \varepsilon & w_a \\ \varepsilon & w_a w_b \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix} \\
&= [\varepsilon \otimes \varepsilon \oplus 0 \otimes \varepsilon \quad \varepsilon \otimes w_a \oplus 0 \otimes w_a w_b] \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix} \\
&= [\varepsilon \oplus \varepsilon \quad \varepsilon \oplus w_a w_b] \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix} \\
&= [\varepsilon \quad w_a w_b] \otimes \begin{bmatrix} 0 \\ w_b \end{bmatrix} \\
&= [\varepsilon \otimes 0 \oplus w_a w_b \otimes w_b]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [\varepsilon \oplus w_a w_b^{\otimes 2}] \\
&= [w_a w_b^{\otimes 2}]
\end{aligned}$$

Berdasarkan (Subiono, 2015), diketahui bahwa

$$y(k) = \bigoplus_{i=0}^{\alpha} C \otimes A^{\otimes i} \otimes B \otimes u(k - i \cdot n)$$

sehingga dengan $n = 1$ dan $\alpha = [k/n] = [k] = k$, diperoleh

untuk $\alpha = k = 1$,

$$\begin{aligned}
y(1) &= C \otimes A^{\otimes 0} \otimes B \otimes u(1 - 0 \cdot 1) \oplus C \otimes A^{\otimes 1} \otimes B \otimes u(1 - 1 \cdot 1) \\
&= C \otimes B \otimes u(1) \oplus C \otimes A^{\otimes 1} \otimes B \otimes u(1 - 1 \cdot 1) \\
&= C \otimes B \otimes u(1) \oplus C \otimes A \otimes B \otimes u(0)
\end{aligned}$$

untuk $\alpha = k = 2$,

$$\begin{aligned}
y(2) &= C \otimes A^{\otimes 0} \otimes B \otimes u(2 - 0 \cdot 1) \oplus C \otimes A^{\otimes 1} \otimes B \otimes u(2 - 1 \cdot 1) \oplus \\
&\quad C \otimes A^{\otimes 2} \otimes B \otimes u(2 - 2 \cdot 1) \\
&= C \otimes B \otimes u(2) \oplus C \otimes A^{\otimes 1} \otimes B \otimes u(1) \oplus C \otimes A^{\otimes 2} \otimes B \otimes u(0) \\
&= C \otimes B \otimes u(2) \oplus C \otimes A \otimes B \otimes u(1)
\end{aligned}$$

Oleh karena itu, untuk banyaknya pemesanan $l = 1, 2$, diperoleh persamaan

$$Y = H \otimes U$$

dengan

$$Y = \begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} CB & \varepsilon \\ CAB & CB \end{bmatrix}, \text{ dan } U = \begin{bmatrix} u(1) \\ u(2) \end{bmatrix}.$$

Y merupakan waktu *running hours* komponen mesin kapal berakhir dan U adalah waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin kapal.

Selanjutnya, masalah ini dapat diselesaikan dengan penyelesaian $A \otimes x = b$.

Berdasarkan (Subiono, 2015), penyelesaiannya adalah

$$U = -H^T \otimes' Y \quad (19)$$

dengan

$$u(1) = \min\{y_1 - h_{1,1}, y_2 - h_{2,1}\},$$

$$u(2) = \min\{y_1 - h_{1,2}, y_2 - h_{2,2}\},$$

Misalkan untuk komponen *Crankpin Bearing Shell*, lama suku cadangnya tiba sejak permintaan dari kapal adalah $w_b = 52$ hari dan suku cadang mulai dipesan saat *running hours*-nya adalah $w_a = 1548$ hari (hari kerja kapal) sehingga $CB = [w_b] = [52]$ dan $CAB = [w_a w_b^{\otimes 2}] = [1548 \otimes 52^{\otimes 2}] = [1652]$ Dengan demikian, matriks H dari komponen ini adalah

$$H = \begin{bmatrix} 52 & \varepsilon \\ 1652 & 52 \end{bmatrix}.$$

Tanggal berakhir dari komponen *Crankpin Bearing Shell* adalah tanggal 3 Maret 2020 dan 20 Juli 2024 sehingga berdasarkan konversi tanggal pada Lampiran 5, diperoleh $y(1) = 1524$ dan $y(2) = 3124$. Artinya, matriks

$$Y = \begin{bmatrix} 1524 \\ 3124 \end{bmatrix}.$$

Untuk memperoleh matriks U dilakukan langkah berikut ini.

$$U = -H^T \otimes' Y$$

$$U = \begin{bmatrix} -52 & -1652 \\ \varepsilon & -52 \end{bmatrix} \otimes' \begin{bmatrix} 1524 \\ 3124 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1472 \\ 3072 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

4.5 Aplikasi Model Aljabar Max Plus Pemesanan Suku Cadang Komponen Mesin Kapal Berdasarkan Model Petri Net Rantai Pasok

Setiap kapal memiliki satu mesin yang terdiri dari empat silinder. Masing-masing silinder memiliki komponen yang sama, tetapi *running hours* yang berbeda-beda. Oleh karena itu, tanggal pemesanan dari setiap komponen tidak sama. Berdasarkan tanggal berakhirnya *running hours* dan model Max Plus pemesanan komponen mesin kapal diperoleh waktu optimal untuk memesan suku cadang mesin kapal sehingga pemasangannya dapat tepat waktu.

Tanggal berakhirnya *running hours* setiap komponen diperoleh dengan mengkonversi *running hours* ke dalam bentuk tanggal berdasarkan *running hours* yang telah dilalui dan tercatat pada 31 Desember 2015. Hal itu dikarenakan data sekunder menyajikan *running hours* setiap komponen mesin kapal pada 31 Desember 2015 sebagaimana pada Lampiran 1 hingga 4. Hasil penghitungan ini telah dikonfirmasi ke pihak kru kapal dengan membandingkan tanggal berakhirnya *running hours* beberapa komponen mesin yang sesuai kenyataan seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.3. Berdasarkan Tabel 4.3 tanggal berakhirnya *running hours* melalui penghitungan lebih awal dibanding kenyataan. Hal tersebut menandakan data yang diperoleh dengan penghitungan dapat digunakan untuk menghitung tanggal dimulainya pemesanan suku cadang karena pemesanan suku cadang yang lebih awal tidak akan mengganggu proses penggantian komponen yang lama dengan yang baru.

Tabel 4.3 Perbandingan Tanggal Berakhirnya *Running Hours* Beberapa Komponen Mesin Berdasarkan Penghitungan dan Kenyataan

No	Nama Komponen Mesin	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> Berdasarkan Penghitungan	Tanggal Berakhir <i>Running Hours</i> Sesuai Kenyataan
1	FUEL VALVE Silinder 1	29 Maret 2016	25 April 2016
2	FUEL VALVE Silinder 2	20 Maret 2016	25 April 2016
3	FUEL VALVE Silinder 3	20 Maret 2016	25 April 2016
4	FUEL VALVE Silinder 4	29 Maret 2016	25 Oktober 2016
5	EXHAUST VALVE Silinder 1	19 November 2016	21 November 2016

No	Nama Komponen Mesin	Tanggal Berakhirnya <i>Running Hours</i> Berdasarkan Penghitungan	Tanggal Berakhir <i>Running Hours</i> Sesuai Kenyataan
6	EXHAUST VALVE Silinder 2	2 Oktober 2016	21 November 2016
7	EXHAUST VALVE Silinder 3	5 Januari 2016	21 November 2016
8	EXHAUST VALVE Silinder 4	8 September 2016	21 November 2016

Untuk menghasilkan tanggal dimulainya pemesanan suku cadang, perlu dilakukan konversi tanggal berakhirnya suku cadang ke dalam bentuk bilangan bulat. Cara mengkonversi tanggal ini yaitu dengan menghitung selisih tanggal berakhirnya *running hours* dengan tanggal 31 Desember 2015 menggunakan *Microsoft Excel* sebagaimana data yang tercantum pada lampiran 5. Selanjutnya, dapat ditentukan waktu maksimum pemesanan suku cadang komponen menggunakan model Aljabar Max Plus pada persamaan (19). Hasil penghitungannya dilampirkan pada Lampiran 7 hingga 10. Hasil Penghitungan melalui persamaan (19) masih dalam bentuk bilangan bulat sehingga perlu diubah ke bentuk tanggal dengan menambahkan bilangan bulat hasil penghitungan dengan tanggal 31 Desember 2015 menggunakan *Microsoft Excel*. Pada Tabel 4.3, 4.4, 4.5, dan 4.6 secara berturut-turut menyajikan tanggal pemesanan suku cadang untuk silinder 1, 2, 3, dan 4.

Tabel 4.4 Tanggal Berakhirnya *Running Hours* dan Tanggal Kru Kapal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 1

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 1		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 1	
Komponen 1 - CONNECTING ROD					
1	CRANKPIN BEARING SHELL	03 Maret 2020	20 Juli 2024	11 Januari 2020	29 Mei 2024
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			29 Desember 2019	16 Mei 2024
Komponen 2 - STUFFING BOX					
3	O-RING	06 Maret 2017	15 Mei 2019	02 Desember 2016	10 Februari 2019
4	SCRAPER RING (LOWER)			02 Desember 2016	10 Februari 2019
5	SCRAPER RING (UPPER)			02 Desember 2016	10 Februari 2019
6	TIGHTENING RING			02 Desember 2016	10 Februari 2019
Komponen 3 - PISTON					
7	PISTON RING - 3169804	25 Desember 2017	04 Maret 2020	13 Oktober 2017	22 Desember 2019
8	PISTON RING - 3169805			07 Agustus 2017	16 Oktober 2019
Komponen 4 - EXH VALVE					
9	GUIDE RING	19 Nopember 2016	24 Desember 2017	23 Agustus 2016	27 September 2017
10	O-RING - 4511913			01 Oktober 2016	05 Nopember 2017
11	O-RING - 4511912			01 Oktober 2016	05 Nopember 2017
12	O-RING - EN17M340			07 September 2016	12 Oktober 2017
13	O-RING - 4183312			17 Agustus 2016	21 September 2017
14	O-RING - EN17M365			07 September 2016	12 Oktober 2017
15	PISTON RING			07 September 2016	12 Oktober 2017
16	SEAL RING – 4184389			07 September 2016	12 Oktober 2017
17	SEAL RING – 4184390			07 September 2016	12 Oktober 2017
18	SPACER RING			07 September 2016	12 Oktober 2017

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 1		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 1	
Komponen 5 - FUEL VALVE					
19	O-RING - 4181145	29 Maret 2016	07 Juni 2018	16 Januari 2016	26 Maret 2018
20	O-RING - 4181146			26 Desember 2015	05 Maret 2018
21	O-RING - 4183002			26 Desember 2015	05 Maret 2018
22	SLIDE VALVE ASS			16 Januari 2016	26 Maret 2018
23	SPINDLE GUIDE ASS			16 Januari 2016	26 Maret 2018
Komponen 6 - FUEL PUMP					
24	SPACER RING	02 April 2016	19 Agustus 2020	13 Februari 2016	01 Juli 2020
25	SCRAPER RING			20 Januari 2016	07 Juni 2020
26	O-RING - 4181145			30 Desember 2015	17 Mei 2020
27	O-RING - 4181452			20 Januari 2016	07 Juni 2020
28	O-RING - 4181455			20 Januari 2016	07 Juni 2020
29	SLIDE VALVE			12 Februari 2016	30 Juni 2020
30	SPRING			12 Februari 2016	30 Juni 2020
31	THRUST PIECE			12 Februari 2016	30 Juni 2020
32	CYLINDER COMPLETE			08 Februari 2016	26 Juni 2020

Tabel 4.5 Tanggal Berakhirnya *Running Hours* dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 2

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 2		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 2	
Komponen 1 - CONNECTING ROD					
1	CRANKPIN BEARING SHELL	14 Oktober 2018	02 Maret 2023	23 Agustus 2018	09 Januari 2023
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			10 Agustus 2018	27 Desember 2022

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 2		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 2	
Komponen 2 - STUFFING BOX					
3	O-RING	07 Agustus 2016	16 Oktober 2018	05 Mei 2016	14 Juli 2018
4	SCRAPER RING (LOWER)			05 Mei 2016	14 Juli 2018
5	SCRAPER RING (UPPER)			05 Mei 2016	14 Juli 2018
6	TIGHTENING RING			05 Mei 2016	14 Juli 2018
Komponen 3 - PISTON					
7	PISTON RING - 3169804	16 Oktober 2018	24 Desember 2020	04 Agustus 2018	12 Oktober 2020
8	PISTON RING - 3169805			29 Mei 2018	06 Agustus 2020
Komponen 4 - EXH VALVE					
9	GUIDE RING	02 Oktober 2016	06 Nopember 2017	06 Juli 2016	18 September 2017
10	O-RING - 4511913			14 Agustus 2016	18 September 2017
11	O-RING - 4511912			14 Agustus 2016	18 September 2017
12	O-RING - EN17M340			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
13	O-RING - 4183312			30 Juni 2016	04 Agustus 2017
14	O-RING - EN17M365			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
15	PISTON RING			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
16	SEAL RING – 4184389			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
17	SEAL RING – 4184390			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
18	SPACER RING			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
Komponen 5 - FUEL VALVE					
19	O-RING - 4181145	20 Maret 2016	29 Mei 2018	07 Januari 2016	17 Maret 2018
20	O-RING - 4181146			17 Desember 2015	24 Februari 2018
21	O-RING - 4183002			17 Desember 2015	24 Februari 2018
22	SLIDE VALVE ASS			07 Januari 2016	17 Maret 2018
23	SPINDLE GUIDE ASS			07 Januari 2016	17 Maret 2018

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 2		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 2	
Komponen 6 - FUEL PUMP					
24	SPACER RING	14 Oktober 2018	02 Maret 2023	26 Agustus 2018	12 Januari 2023
25	SCRAPER RING			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
26	O-RING - 4181145			12 Juli 2018	28 Nopember 2022
27	O-RING - 4181452			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
28	O-RING - 4181455			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
29	SLIDE VALVE			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
30	SPRING			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
31	THRUST PIECE			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
32	CYLINDER COMPLETE			21 Agustus 2018	07 Januari 2023

Tabel 4.6 Tanggal Berakhirnya *Running Hours* dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 3

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 3		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 3	
Komponen 1 - CONNECTING ROD					
1	CRANKPIN BEARING SHELL	10 Maret 2020	27 Juli 2024	18 Januari 2020	05 Juni 2024
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			05 Januari 2020	23 Mei 2024
Komponen 2 - STUFFING BOX					
3	O-RING	27 September 2016	06 Desember 2018	25 Juni 2016	03 September 2018
4	SCRAPER RING (LOWER)			25 Juni 2016	03 September 2018
5	SCRAPER RING (UPPER)			25 Juni 2016	03 September 2018
6	TIGHTENING RING			25 Juni 2016	03 September 2018

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 3		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 3	
Komponen 3 - PISTON					
7	PISTON RING - 3169804	27 September 2016	06 Desember 2018	16 Juli 2016	24 September 2018
8	PISTON RING - 3169805			10 Mei 2016	19 Juli 2018
Komponen 4 - EXH VALVE					
9	GUIDE RING	05 Januari 2016	08 Februari 2017	09 Oktober 2015	12 Nopember 2016
10	O-RING - 4511913			17 Nopember 2015	21 Desember 2016
11	O-RING - 4511912			17 Nopember 2015	21 Desember 2016
12	O-RING - EN17M340			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
13	O-RING - 4183312			03 Oktober 2015	06 Nopember 2016
14	O-RING - EN17M365			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
15	PISTON RING			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
16	SEAL RING – 4184389			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
17	SEAL RING – 4184390			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
18	SPACER RING			24 Oktober 2015	27 Nopember 2016
Komponen 5 - FUEL VALVE					
19	O-RING - 4181145	20 Maret 2016	29 Mei 2018	07 Januari 2016	17 Maret 2018
20	O-RING - 4181146			17 Desember 2015	24 Februari 2018
21	O-RING - 4183002			17 Desember 2015	17 Maret 2018
22	SLIDE VALVE ASS			07 Januari 2016	17 Maret 2018
23	SPINDLE GUIDE ASS			07 Januari 2016	17 Maret 2018
Komponen 6 - FUEL PUMP					
24	SPACER RING	02 April 2016	19 Agustus 2020	13 Februari 2016	01 Juli 2020
25	SCRAPER RING			20 Januari 2016	07 Juni 2020
26	O-RING - 4181145			30 Desember 2015	17 Mei 2020
27	O-RING - 4181452			20 Januari 2016	07 Juni 2020
28	O-RING - 4181455			20 Januari 2016	07 Juni 2020

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 3		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 3	
Komponen 6 - FUEL PUMP					
29	SLIDE VALVE	02 April 2016	19 Agustus 2020	12 Februari 2016	30 Juni 2020
30	SPRING			12 Februari 2016	30 Juni 2020
31	THRUST PIECE			12 Februari 2016	30 Juni 2020
32	CYLINDER COMPLETE			08 Februari 2016	26 Juni 2020

Tabel 4.7 Tanggal Berakhirnya *Running Hours* dan Tanggal Harus Memulai Pemesanan Suku Cadang untuk Silinder 4

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 4		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 4	
Komponen 1 - CONNECTING ROD					
1	CRANKPIN BEARING SHELL	14 Oktober 2018	02 Maret 2023	23 Agustus 2018	09 Januari 2023
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			10 Agustus 2018	27 Desember 2022
Komponen 2 - STUFFING BOX					
3	O-RING	05 Agustus 2016	14 Oktober 2018	03 Mei 2016	12 Juli 2018
4	SCRAPER RING (LOWER)			03 Mei 2016	12 Juli 2018
5	SCRAPER RING (UPPER)			03 Mei 2016	12 Juli 2018
6	TIGHTENING RING			03 Mei 2016	12 Juli 2018
Komponen 3 - PISTON					
7	PISTON RING - 3169804	05 Agustus 2016	14 Oktober 2018	24 Mei 2016	02 Agustus 2018
8	PISTON RING - 3169805			18 Maret 2016	27 Mei 2018
Komponen 4 - EXH VALVE					
9	GUIDE RING	08 September 2016	13 Oktober 2017	12 Juni 2016	17 Juli 2017
10	O-RING - 4511913			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
11	O-RING - 4511912			21 Juli 2016	25 Agustus 2017
12	O-RING - EN17M340			27 Juni 2016	01 Agustus 2017

No	Nama Suku Cadang	Tanggal Running Hours Berakhir untuk Silinder 4		Tanggal Mulai Memesan untuk Silinder 4	
Komponen 4 - EXH VALVE					
13	O-RING – 4183312	08 September 2016	13 Oktober 2017	06 Juni 2016	11 Juli 2017
14	O-RING - EN17M365			27 Juni 2016	01 Agustus 2017
15	PISTON RING			27 Juni 2016	01 Agustus 2017
16	SEAL RING – 4184389			27 Juni 2016	01 Agustus 2017
17	SEAL RING – 4184390			27 Juni 2016	01 Agustus 2017
18	SPACER RING			27 Juni 2016	01 Agustus 2017
Komponen 5 - FUEL VALVE					
19	O-RING - 4181145	29 Maret 2016	07 Juni 2018	16 Januari 2016	26 Maret 2018
20	O-RING - 4181146			26 Desember 2015	05 Maret 2018
21	O-RING - 4183002			26 Desember 2015	05 Maret 2018
22	SLIDE VALVE ASS			16 Januari 2016	26 Maret 2018
23	SPINDLE GUIDE ASS			16 Januari 2016	26 Maret 2018
Komponen 6 - FUEL PUMP					
24	SPACER RING	14 Oktober 2018	02 Maret 2023	26 Agustus 2018	12 Januari 2023
25	SCRAPER RING			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
26	O-RING - 4181145			12 Juli 2018	28 Nopember 2022
27	O-RING - 4181452			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
28	O-RING - 4181455			02 Agustus 2018	19 Desember 2022
29	SLIDE VALVE			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
30	SPRING			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
31	THRUST PIECE			25 Agustus 2018	11 Januari 2023
32	CYLINDER COMPLETE			21 Agustus 2018	07 Januari 2023

BAB 5

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan yang telah diberikan, dapat dibuat kesimpulan serta saran untuk pengembangan dan perbaikan penelitian selanjutnya.

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat diambil dari hasil penelitian dan pembahasan yang telah diberikan adalah dalam menentukan jadwal pemesanan suku cadang komponen mesin kapal oleh kru kapal agar pemasangannya dapat tepat waktu perlu dilakukan beberapa langkah berikut ini.

1. Membuat alur pemesanan suku cadang komponen mesin kapal.
2. Membentuk Petri Net dari alur pemesanan suku cadang komponen mesin kapal.
3. Membuat model Aljabar Max Plus berdasarkan Petri Net yang telah dibuat untuk menentukan waktu maksimum pemesanan suku cadang komponen mesin kapal dalam satuan hari.
4. Menghitung rata-rata *running hour* kapal setiap harinya dalam satuan jam.
5. Menghitung selisih antara *running hours* setiap komponen mesin kapal dengan waktu maksimum pemesanan agar menghasilkan *running hours* dimulainya pemesanan suku cadang dalam satuan jam.
6. Membentuk Petri Net pemesanan suku cadang komponen mesin kapal dengan menggunakan model rantai pasok.
7. Membuat model Aljabar Max Plus berdasarkan Petri Net yang telah dibuat untuk menentukan tanggal dimulainya pemesanan suku cadang.

8. Menentukan tanggal berakhirnya *running hours* setiap komponen mesin kapal berdasarkan *running hours* yang telah dilalui dan dihitung pada tanggal 31 Desember 2015.
9. Mengkonversi tanggal berakhirnya *running hours* setiap komponen mesin kapal ke bentuk bilangan bulat.
10. Menghitung U yang merupakan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin kapal dengan menggunakan persamaan (19).
11. Mengkonversi U ke dalam bentuk tanggal sehingga diperoleh tanggal harus dimulainya pemesanan suku cadang setiap komponen mesin kapal.

5.2 Saran

Berdasarkan penelitian yang dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah data waktu yang digunakan untuk penelitian berikutnya dapat berbentuk interval sehingga penjadwalan yang diperoleh pun berbentuk interval. Dengan demikian, diharapkan permasalahan seperti rusaknya komponen mesin kapal sebelum *running hours*-nya berakhir dapat diatasi jika penjadwalan pemesanan suku cadang dibuat dalam bentuk interval.

DAFTAR PUSTAKA

- Cahyani, Margaretha Dwi. (2015), “Penggunaan Aljabar *Max Plus* dan *Petri Net* untuk Estimasi Lamanya Sistem Pelayanan dan Kerja Karyawan Pemasangan Instalasi di PDAM”, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Dunnet, S.J., Leigh, J.M. (2014), “*Use of Petri Nets to Model The Maintenance of Wind Turbines*”, *Loughborough University's Institutional Repository*.
- Mitsui Engineering (1991), “Volume 1 Operation and Data”. Instruction Book, Diesel Engine Department, Japan.
- Mitsui Engineering (1991), “Volume 2 Maintanance”. Instruction Book, Diesel Engine Department, Japan.
- Mufidah, Shofiyatul (2015), “Model Rantai Pasok Menggunakan *Petri Net* dan Aljabar *Max Plus* dengan Mempertimbangkan Prioritas Kapal Tanker”, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Sierliawati, Widdya Putri. (2014), “Rancangan dan Analisis Penjadwalan Distribusi Pasokan Bahan Bakar Minyak Menggunakan Pendekatan Petri Net dan Aljabar Max-Plus”, Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Subiono. (2015), *Aljabar Min-Max Plus dan Terapannya*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Utomo, Tri. (2015), “Struktur Hirarkis Jalur Kereta Api *Semi-Double Track* Menggunakan Petri Net dan Aljabar Max-Plus”. Tesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.

(Halaman ini sengaja dikosongkan)

LAMPIRAN 1

Running hours komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 1.

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 1 Per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 1 (jam)
Komponen 1 - CONNECTING ROD				
1	CRANKPIN BEARING SHELL	16000	754	15246
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			
Komponen 2 - STUFFING BOX				
3	O-RING	8000	3686	4314
4	SCRAPER RING (LOWER)			
5	SCRAPER RING (UPPER)			
6	TIGHTENING RING			
Komponen 3 - PISTON				
7	PISTON RING - 3169804	8000	745	7255
8	PISTON RING - 3169805			
Komponen 4 - EXH VALVE				
9	GUIDE RING	4000	754	3246
10	O-RING - 4511913			
11	O-RING - 4511912			
12	O-RING - EN17M340			
13	O-RING - 4183312			
14	O-RING - EN17M365			
15	PISTON RING			
16	SEAL RING - 4184389			
17	SEAL RING - 4184390			
18	SPACER RING			
Komponen 5 - FUEL VALVE				
19	O-RING - 4181145	8000	7109	891
20	O-RING - 4181146			
21	O-RING - 4183002			
22	SLIDE VALVE ASS			
23	SPINDLE GUIDE ASS			

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 1 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 1 (jam)
Komponen 6 - FUEL PUMP				
24	SPACER RING	16000	15064	936
25	SCRAPER RING			
26	O-RING - 4181145			
27	O-RING - 4181452			
28	O-RING - 4181455			
29	SLIDE VALVE			
30	SPRING			
31	THRUST PIECE			
32	CYLINDER COMPLETE			

LAMPIRAN 2

Running hours komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 2.

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 2 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 2 (jam)
Komponen 1 - CONNECTING ROD				
1	CRANKPIN BEARING SHELL	16000	5817	10183
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			
Komponen 2 - STUFFING BOX				
3	O-RING	8000	5799	2201
4	SCRAPER RING (LOWER)			
5	SCRAPER RING (UPPER)			
6	TIGHTENING RING			
Komponen 3 - PISTON				
7	PISTON RING - 3169804	8000	5799	2201
8	PISTON RING - 3169805			
Komponen 4 - EXH VALVE				
9	GUIDE RING	4000	1238	2762
10	O-RING - 4511913			
11	O-RING - 4511912			
12	O-RING - EN17M340			
13	O-RING - 4183312			
14	O-RING - EN17M365			
15	PISTON RING			
16	SEAL RING - 4184389			
17	SEAL RING - 4184390			
18	SPACER RING			
Komponen 5 - FUEL VALVE				
19	O-RING - 4181145	8000	7197	803
20	O-RING - 4181146			
21	O-RING - 4183002			
22	SLIDE VALVE ASS			
23	SPINDLE GUIDE ASS			

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 2 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 2 (jam)
Komponen 6 - FUEL PUMP				
24	SPACER RING	16000	5817	10183
25	SCRAPER RING			
26	O-RING - 4181145			
27	O-RING - 4181452			
28	O-RING - 4181455			
29	SLIDE VALVE			
30	SPRING			
31	THRUST PIECE			
32	CYLINDER COMPLETE			

LAMPIRAN 3

Running hours komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 3.

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 3 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 3 (jam)
Komponen 1 - CONNECTING ROD				
1	CRANKPIN BEARING SHELL	16000	690	15310
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			
Komponen 2 - STUFFING BOX				
3	O-RING	8000	5284	2716
4	SCRAPER RING (LOWER)			
5	SCRAPER RING (UPPER)			
6	TIGHTENING RING			
Komponen 3 - PISTON				
7	PISTON RING - 3169804	8000	5284	2716
8	PISTON RING - 3169805			
Komponen 4 - EXH VALVE				
9	GUIDE RING	4000	3948	52
10	O-RING - 4511913			
11	O-RING - 4511912			
12	O-RING - EN17M340			
13	O-RING - 4183312			
14	O-RING - EN17M365			
15	PISTON RING			
16	SEAL RING - 4184389			
17	SEAL RING - 4184390			
18	SPACER RING			
Komponen 5 - FUEL VALVE				
19	O-RING - 4181145	8000	7197	803
20	O-RING - 4181146			
21	O-RING - 4183002			
22	SLIDE VALVE ASS			
23	SPINDLE GUIDE ASS			

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 3 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 3 (jam)
Komponen 6 - FUEL PUMP				
24	SPACER RING	16000	15064	936
25	SCRAPER RING			
26	O-RING - 4181145			
27	O-RING - 4181452			
28	O-RING - 4181455			
29	SLIDE VALVE			
30	SPRING			
31	THRUST PIECE			
32	CYLINDER COMPLETE			

LAMPIRAN 4

Running hours komponen mesin kapal pada tanggal 31 Desember 2015 untuk silinder 4.

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 4 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 4 (jam)
Komponen 1 - CONNECTING ROD				
1	CRANKPIN BEARING SHELL	16000	5817	10183
2	CROSSHEAD BEARING SHELL			
Komponen 2 - STUFFING BOX				
3	O-RING	8000	5817	2183
4	SCRAPER RING (LOWER)			
5	SCRAPER RING (UPPER)			
6	TIGHTENING RING			
Komponen 3 - PISTON				
7	PISTON RING - 3169804	8000	5817	2183
8	PISTON RING - 3169805			
Komponen 4 - EXH VALVE				
9	GUIDE RING	4000	1474	2586
10	O-RING - 4511913			
11	O-RING - 4511912			
12	O-RING - EN17M340			
13	O-RING - 4183312			
14	O-RING - EN17M365			
15	PISTON RING			
16	SEAL RING - 4184389			
17	SEAL RING - 4184390			
18	SPACER RING			
Komponen 5 - FUEL VALVE				
19	O-RING - 4181145	8000	7109	891
20	O-RING - 4181146			
21	O-RING - 4183002			
22	SLIDE VALVE ASS			
23	SPINDLE GUIDE ASS			

No	Nama Suku Cadang	Interval For Overhaul (jam)	Running Hours Silinder No 4 per 31 Desember 2015 (jam)	Sisa Running Hours Silinder No 4 (jam)
Komponen 6 - FUEL PUMP				
24	SPACER RING	16000	5817	10183
25	SCRAPER RING			
26	O-RING - 4181145			
27	O-RING - 4181452			
28	O-RING - 4181455			
29	SLIDE VALVE			
30	SPRING			
31	THRUST PIECE			
32	CYLINDER COMPLETE			

LAMPIRAN 5

Konversi tanggal berakhirnya *running hours* komponen mesin kapal ke bilangan bulat.

No	Tanggal	Konversi (Hari)	No	Tanggal	Konversi (Hari)
1	01 Januari 2016	1	17	25 Desember 2017	725
2	05 Januari 2016	5	18	29 Mei 2018	880
3	20 Maret 2016	80	19	07 Juni 2018	889
4	29 Maret 2016	89	20	14 Oktober 2018	1018
5	02 April 2016	93	21	16 Oktober 2018	1020
6	05 Agustus 2016	218	22	06 Desember 2018	1071
7	07 Agustus 2016	220	23	15 Mei 2019	1231
8	08 September 2016	252	24	02 Maret 2020	1523
9	27 September 2016	271	25	03 Maret 2020	1524
10	02 Oktober 2016	276	26	04 Maret 2020	1525
11	19 Nopember 2016	324	27	10 Maret 2020	1531
12	08 Februari 2017	405	28	19 Agustus 2020	1693
13	06 Maret 2017	431	29	24 Desember 2020	1820
14	13 Oktober 2017	652	30	02 Maret 2023	2618
15	06 Nopember 2017	676	31	20 Juli 2024	3124
16	24 Desember 2017	724	32	27 Juli 2024	3131

LAMPIRAN 6

Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 1.

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 1 - CONNECTING ROD			
1	CRANKPIN BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 1524 \oplus' 1548 \otimes 52^{\otimes 2} \oslash 3124$ $= 1472$	1472
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 3124$ $= 3072$	3072
2	CROSSHEAD BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 1524 \oplus' 1535 \otimes 65^{\otimes 2} \oslash 3124$ $= 1459$	1459
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 3124$ $= 3059$	3059
Komponen 2 - STUFFING BOX			
3	O-RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 431 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1231$ $= 337$	337
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1231$ $= 1137$	1137
4	SCRAPER RING (LOWER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 431 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1231$ $= 337$	337
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1231$ $= 926$	1137
5	SCRAPER RING (UPPER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 431 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1231$ $= 337$	337
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1231$ $= 926$	1137
6	TIGHTENING RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 431 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1231$ $= 337$	337
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1231$ $= 1137$	1137

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 3 - PISTON			
7	PISTON RING - 3169804	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 725 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1525$ $= 652$	652
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1525$ $= 1452$	1452
8	PISTON RING - 3169805	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 725 \oplus' 660 \otimes 140^{\otimes 2} \oslash 1525$ $= 585$	585
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 1525$ $= 1385$	1385
Komponen 4 - EXH VALVE			
9	GUIDE RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 324 \oplus' 312 \otimes 88^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 236$	236
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 724$ $= 636$	636
10	O-RING - 4511913	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 324 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 275$	275
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 724$ $= 675$	675
11	O-RING - 4511912	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 324 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 275$	275
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 724$ $= 675$	675
12	O-RING - EN17M340	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 4 - EXH VALVE			
13	O-RING - 4183312	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 324 \oplus' 306 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 230$	230
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 724$ $= 630$	630
14	O-RING - EN17M365	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651
15	PISTON RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651
16	SEAL RING - 4184389	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651
17	SEAL RING - 4184390	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651
18	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 324 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 724$ $= 251$	251
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 724$ $= 651$	651

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes 'Y = H \oslash Y$	
Komponen 5 - FUEL VALVE			
19	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus ' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
20	O-RING - 4181146	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 89 \oplus ' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 889$ $= -5$	-5
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 889$ $= 795$	795
21	O-RING - 4183002	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 89 \oplus ' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 889$ $= -5$	-5
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 889$ $= 795$	795
22	SLIDE VALVE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus ' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
23	SPINDLE GUIDE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus ' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
Komponen 6 - FUEL PUMP			
24	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 93 \oplus ' 1551 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 44$	44
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 1693$ $= 1644$	1644
25	SCRAPER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus ' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 1620$	1620

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 6 - FUEL PUMP			
26	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 93 \oplus' 1506 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= -1$	-1
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1693$ $= 1599$	1599
27	O-RING - 4181452	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 2545$	1620
28	O-RING - 4181455	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 2545$	1620
29	SLIDE VALVE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
30	SPRING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
31	THRUST PIECE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
32	CYLINDER COMPLETE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 93 \oplus' 1546 \otimes 54^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 39$	39
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 1693$ $= 1639$	1639

LAMPIRAN 7

Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 2.

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 1 - CONNECTING ROD			
1	CRANKPIN BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 1018 \oplus' 1548 \otimes 52^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 966$	966
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 2618$ $= 2566$	2566
2	CROSSHEAD BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 1018 \oplus' 1535 \otimes 65^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 953$	953
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 2618$ $= 2553$	2553
Komponen 2 - STUFFING BOX			
3	O-RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 220 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1020$ $= 126$	126
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1020$ $= 926$	926
4	SCRAPER RING (LOWER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 220 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1020$ $= 126$	126
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1020$ $= 926$	926
5	SCRAPER RING (UPPER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 220 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1020$ $= 126$	126
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1020$ $= 926$	926
6	TIGHTENING RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 220 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1020$ $= 126$	126
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1020$ $= 926$	926

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 3 - PISTON			
7	PISTON RING - 3169804	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1020 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1820$ $= 947$	947
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1820$ $= 1747$	1747
8	PISTON RING - 3169805	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 1020 \oplus' 660 \otimes 140^{\otimes 2} \oslash 1820$ $= 880$	880
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 1820$ $= 1680$	1680
Komponen 4 - EXH VALVE			
9	GUIDE RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 276 \oplus' 312 \otimes 88^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 188$	188
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 676$ $= 588$	588
10	O-RING - 4511913	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 276 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 227$	227
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 676$ $= 627$	627
11	O-RING - 4511912	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 276 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 227$	227
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 676$ $= 627$	627
12	O-RING - EN17M340	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
13	O-RING - 4183312	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 276 \oplus' 306 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 182$	182
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 676$ $= 582$	582

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 4 - EXH VALVE			
14	O-RING - EN17M365	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
15	PISTON RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
16	SEAL RING - 4184389	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
17	SEAL RING - 4184390	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
18	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 276 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 676$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 676$ $= 603$	603
Komponen 5 - FUEL VALVE			
19	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
20	O-RING - 4181146	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 80 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 880$ $= -6$	-6
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 880$ $= 786$	786

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 5 - FUEL VALVE			
21	O-RING - 4183002	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 80 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 880$ $= -6$	-6
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 880$ $= 786$	786
22	SLIDE VALVE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
23	SPINDLE GUIDE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
Komponen 6 - FUEL PUMP			
24	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 1018 \oplus' 1551 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 969$	969
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 2618$ $= 2569$	2569
25	SCRAPER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545
26	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018 \oplus' 1506 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 924$	924
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 2618$ $= 2524$	2524
27	O-RING - 4181452	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 6 - FUEL PUMP			
28	O-RING - 4181455	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545
29	SLIDE VALVE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
30	SPRING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
31	THRUST PIECE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
32	CYLINDER COMPLETE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 1018 \oplus' 1546 \otimes 54^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 964$	964
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 2618$ $= 2564$	2564

LAMPIRAN 8

Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 3.

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 1 - CONNECTING ROD			
1	CRANKPIN BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 1531 \oplus' 1548 \otimes 52^{\otimes 2} \oslash 3131$ $= 1479$	1479
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 3131$ $= 3079$	3079
2	CROSSHEAD BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 1531 \oplus' 1535 \otimes 65^{\otimes 2} \oslash 3131$ $= 1466$	1466
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 3131$ $= 3066$	3066
Komponen 2 - STUFFING BOX			
3	O-RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 271 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 177$	177
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1071$ $= 977$	977
4	SCRAPER RING (LOWER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 271 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 177$	177
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1071$ $= 977$	977
5	SCRAPER RING (UPPER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 271 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 177$	177
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1071$ $= 977$	977
6	TIGHTENING RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 271 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 177$	177
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1071$ $= 977$	977

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes 'Y = H \oslash Y$	
Komponen 3 - PISTON			
7	PISTON RING - 3169804	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 271 \oplus ' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 198$	198
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1071$ $= 998$	998
8	PISTON RING - 3169805	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 271 \oplus ' 660 \otimes 140^{\otimes 2} \oslash 1071$ $= 131$	131
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 1071$ $= 931$	931
Komponen 4 - EXH VALVE			
9	GUIDE RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 5 \oplus ' 312 \otimes 88^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -83$	-83
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 405$ $= 317$	317
10	O-RING - 4511913	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 5 \oplus ' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -44$	-44
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 405$ $= 356$	356
11	O-RING - 4511912	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 5 \oplus ' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -44$	-44
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 405$ $= 356$	356
12	O-RING - EN17M340	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus ' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
13	O-RING - 4183312	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 5 \oplus ' 306 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -89$	-89
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 405$ $= 311$	311

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 4 - EXH VALVE			
14	O-RING - EN17M365	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
15	PISTON RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
16	SEAL RING - 4184389	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
17	SEAL RING - 4184390	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
18	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 5 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 405$ $= -68$	-68
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 405$ $= 332$	332
Komponen 5 - FUEL VALVE			
19	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
20	O-RING - 4181146	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 80 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 880$ $= -6$	-6
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 880$ $= 786$	786

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 5 - FUEL VALVE			
21	O-RING - 4183002	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 80 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 880$ $= -6$	-6
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 880$ $= 786$	786
22	SLIDE VALVE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
23	SPINDLE GUIDE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 80 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 880$ $= 7$	7
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 880$ $= 807$	807
Komponen 6 - FUEL PUMP			
24	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 93 \oplus' 1551 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 44$	44
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 1693$ $= 1644$	1644
25	SCRAPER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 1620$	1620
26	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 93 \oplus' 1506 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= -1$	-1
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1693$ $= 1599$	1599
27	O-RING - 4181452	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 1620$	1620

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 6 - FUEL PUMP			
28	O-RING – 4181455	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 93 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 20$	20
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1693$ $= 1620$	1620
29	SLIDE VALVE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
30	SPRING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
31	THRUST PIECE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 93 \oplus' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 43$	43
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1693$ $= 1643$	1643
32	CYLINDER COMPLETE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 93 \oplus' 1546 \otimes 54^{\otimes 2} \oslash 1693$ $= 39$	39
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 1693$ $= 1639$	1639

LAMPIRAN 9

Penghitungan waktu dimulainya pemesanan suku cadang komponen mesin oleh kru kapal untuk silinder 4.

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 1 - CONNECTING ROD			
1	CRANKPIN BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 1018 \oplus' 1548 \otimes 52^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 966$	966
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 52 \oslash 2618$ $= 2566$	2566
2	CROSSHEAD BEARING SHELL	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 1018 \oplus' 1535 \otimes 65^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 953$	953
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 65 \oslash 2618$ $= 2553$	2553
Komponen 2 - STUFFING BOX			
3	O-RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 218 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 124$	124
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018$ $= 924$	924
4	SCRAPER RING (LOWER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 218 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 124$	124
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018$ $= 924$	924
5	SCRAPER RING (UPPER)	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 218 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 124$	124
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018$ $= 924$	924
6	TIGHTENING RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 218 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 124$	124
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018$ $= 924$	924

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes' Y = H \oslash Y$	
Komponen 3 - PISTON			
7	PISTON RING - 3169804	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 218 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 145$	145
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018$ $= 945$	945
8	PISTON RING - 3169805	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 218 \oplus' 660 \otimes 140^{\otimes 2} \oslash 1018$ $= 78$	78
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 140 \oslash 1018$ $= 878$	878
Komponen 4 - EXH VALVE			
9	GUIDE RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 252 \oplus' 312 \otimes 88^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 164$	164
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 88 \oslash 652$ $= 564$	564
10	O-RING - 4511913	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 252 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 652$ $= 603$	603
11	O-RING - 4511912	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 252 \oplus' 351 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 203$	203
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 652$ $= 603$	603
12	O-RING - EN17M340	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
13	O-RING - 4183312	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 252 \oplus' 306 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 158$	158
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 652$ $= 558$	558

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 4 - EXH VALVE			
14	O-RING - EN17M365	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
15	PISTON RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
16	SEAL RING - 4184389	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
17	SEAL RING - 4184390	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
18	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 252 \oplus' 327 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 652$ $= 179$	179
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 652$ $= 579$	579
Komponen 5 - FUEL VALVE			
19	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
20	O-RING - 4181146	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 89 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 889$ $= -5$	-5
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 889$ $= 795$	795

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes Y = H \oslash Y$	
Komponen 5 - FUEL VALVE			
21	O-RING – 4183002	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 89 \oplus' 706 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 889$ $= -5$	-5
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 889$ $= 795$	795
22	SLIDE VALVE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
23	SPINDLE GUIDE ASS	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 89 \oplus' 727 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 889$ $= 16$	16
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 889$ $= 816$	816
Komponen 6 - FUEL PUMP			
24	SPACER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 1018 \oplus' 1551 \otimes 49^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 969$	969
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 49 \oslash 2618$ $= 2569$	2569
25	SCRAPER RING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545
26	O-RING - 4181145	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 1018 \oplus' 1506 \otimes 94^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 924$	924
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 94 \oslash 2618$ $= 2524$	2524
27	O-RING - 4181452	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545

No	Nama Suku Cadang	$U = -H^T \otimes 'Y = H \oslash Y$	
Komponen 6 - FUEL PUMP			
28	O-RING - 4181455	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 1018 \oplus ' 1527 \otimes 73^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 945$	945
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 73 \oslash 2618$ $= 2545$	2545
29	SLIDE VALVE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus ' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
30	SPRING	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus ' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
31	THRUST PIECE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 1018 \oplus ' 1550 \otimes 50^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 968$	968
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 50 \oslash 2618$ $= 2568$	2568
32	CYLINDER COMPLETE	$u(1) = w_b \oslash Y(1) \oplus ' w_a \otimes w_b^{\otimes 2} \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 1018 \oplus ' 1546 \otimes 54^{\otimes 2} \oslash 2618$ $= 964$	964
		$u(2) = w_b \oslash Y(2)$ $= 54 \oslash 2618$ $= 2564$	2564

BIOGRAFI PENULIS



Farah Azizah lahir pada 19 Maret 1990 di Situbondo, Jawa Timur. Penulis merupakan anak pertama dari tiga bersaudara. Penulis telah menempuh pendidikan formal di SD Negeri 3 Patokan Situbondo pada tahun 1996-2002 kemudian melanjutkan ke SMP Negeri 1 Situbondo pada tahun 2002-2005 dan SMA Negeri 1 Situbondo pada tahun 2005-2008. Setelah menyelesaikan pendidikan di jenjang SMA, penulis menempuh pendidikan S1 di Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (UM) pada tahun 2008-2012. Selanjutnya, penulis juga menempuh pendidikan melalui jalur beasiswa di Pascasarjana Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya pada tahun 2013-2017 dengan pendidikan Pra Magister selama dua semester yakni pada tahun 2013-2014 dan dilanjutkan dengan pendidikan Magister selama 5 semester mulai tahun 2014 hingga 2017 dengan NRP. 1214 201 029. Adapun kritik, saran, ataupun pertanyaan mengenai tesis ini dapat disampaikan kepada penulis melalui email farahazizah19@yahoo.co.id.